

前鎮高中 111 學年度 第一學期 第一次段考 高二數學科(A 卷)

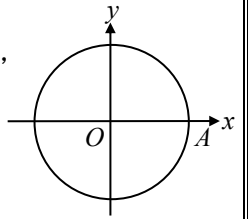
一、單選題 (每題 5 分, 共 30 分)

( ) 1. 已知若  $\cos 40^\circ = 0.7660$ , 則利用這個數值可求得  $\sin 20^\circ =$

- (A)  $\sqrt{0.1170}$  (B)  $\sqrt{0.2340}$  (C)  $\sqrt{0.4415}$  (D)  $\sqrt{0.6755}$  (E)  $\sqrt{0.8830}$

( ) 2. 將一繩長為 50 公分的繩子一端固定在 A 點上, 將此繩子逆時針纏繞在如圖的圓形輪上, 輪子的半徑是 5 公分, 且繩子的另一端點為 B, 則 B 點在什麼位置? (繩子厚度不計)

- (A) 第 1 象限 (B) 第 2 象限 (C) 第 3 象限 (D) 第 4 象限 (E) X 軸或 Y 軸



( ) 3. 設  $f(x) = \sqrt{3} \sin x - \cos x$ , 則下列何者之值最小?

- (A)  $f(0^\circ)$  (B)  $f(111^\circ)$  (C)  $f(222^\circ)$  (D)  $f(333^\circ)$  (E)  $f(444^\circ)$

( ) 4. 下列何者之值最大?

- (A)  $\sin 1^\circ$  (B)  $\cos 1^\circ$  (C)  $\sin 1$  (D)  $\cos 1$  (E)  $\tan \frac{1}{2}$

( ) 5.  $\frac{\sin(-1^\circ)}{\cos 110^\circ \cos 111^\circ} + \frac{\sin(-1^\circ)}{\cos 111^\circ \cos 112^\circ} + \frac{\sin 2^\circ}{\cos 112^\circ \cos 110^\circ} =$

- (A) 1 (B) -1 (C) 3 (D) 0 (E) -3

( ) 6. 設  $0 \leq x \leq 2\pi$ , 則滿足  $\cos^{110} x + \cos^{111} 2x = 2$  的  $x$  之值有幾個?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

二、多選題 (每題 5 分, 共 25 分, 5-3-1-0)

( ) 7. 下列哪些方程式有解?

- (A)  $\sin x = \cos x$  (B)  $\tan x = 2022$  (C)  $\sin x = \frac{1}{2022}x$   
(D)  $\sin x = \frac{1}{2022}x^2$  (E)  $\sin 100x + \cos 100x = 2$

( ) 8. 哪些數是有理數?

- (A)  $\sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ$  (B)  $\sin^2 15^\circ - \cos^2 15^\circ$  (C)  $\sqrt{2} \sin 22.5^\circ \cos 22.5^\circ$   
(D)  $3 \sin 170^\circ - 4 \sin^3 10^\circ$  (E)  $\tan 31^\circ + \tan 14^\circ + \tan 31^\circ \times \tan 14^\circ$

( ) 9. 考慮函數  $f(x) = 3 \sin 2x$ , 試問下列哪些敘述為真?

- (A)  $-3 \leq f(x) \leq 3$  (B)  $f(x)$  的週期為  $2\pi$  (C)  $f(3.14) = 0$   
(D)  $f(x)$  在  $x = \frac{\pi}{4}$  時有最大值 (E) 當  $0 \leq x < 2\pi$  時,  $f(x)$  的圖形與  $y = 2$  的圖形恰有 4 個交點

( ) 10. 已知  $\alpha, \beta \in R$  (即  $\alpha, \beta$  皆為任意實數), 則下列哪些敘述正確?

- (A)  $4 \sin \alpha + 3 \cos \beta$  的最大值可為 7 (B)  $4 \sin \alpha + 3 \cos \beta$  的最大值可為 5  
(C)  $4 \sin \alpha + 3 \cos \alpha$  的最大值可為 5 (D)  $4 \sin \alpha + 3 \cos \alpha$  的最小值可為 -5  
(E)  $4 \sin 2\alpha + 3 \cos 2\alpha$  的最大值可為 5

( ) 11.  $0 \leq \theta < 2\pi$ , 若  $x^2 - \frac{1}{2} = 0$  的解為  $\sin \theta$  與  $\cos \theta$ , 則下列哪些敘述正確?

- (A)  $\tan \theta = 1$  (B)  $\theta$  恰有一解 (C)  $\sin 2\theta = -1$   
(D)  $\cos \frac{\theta}{2} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}}{2}$  (E) 若  $\cos \theta > \sin \theta$ , 則  $\sin \frac{\theta}{2} > 0$  且  $\cos \frac{\theta}{2} < 0$

三、填充題（每題 5 分，共 35 分）

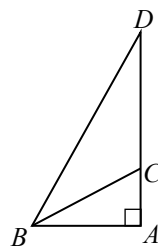
1.  $57^\circ =$  \_\_\_\_\_ 弧。

2. 已知扇形的半徑為 8，圓心角為  $\frac{\pi}{8}$ ，若此扇形的弧長為  $s$  且面積為  $A$ ，試求  $(s, A) =$  \_\_\_\_\_。

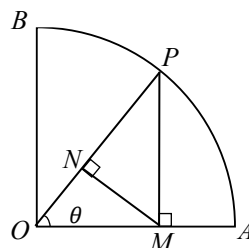
3. 設  $0 \leq x \leq \pi$ ，當  $x = \theta$  時，函數  $y = \sin x + \cos x + 2$  有最小值  $k$ ，試求  $(\theta, k) =$  \_\_\_\_\_。

4.  $\triangle ABC$  為直角三角形， $\angle C = 90^\circ$ ， $\overline{AC} = 1$ ， $\overline{BC} = 4\sqrt{3}$ ，則  $\cos(A + 60^\circ) =$  \_\_\_\_\_。

5. 如右圖，直角三角形  $ABD$  中， $\angle A$  為直角， $C$  為  $\overline{AD}$  邊上的點。已知  $\overline{BC} = 7$ ， $\overline{AB} = 5$ ， $\angle ABD = 2\angle ABC$ ，則  $\overline{BD} =$  \_\_\_\_\_。



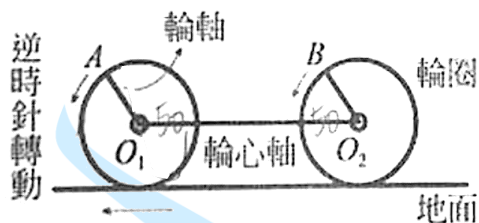
6. 如圖，扇形  $OAB$  的中心角  $\angle AOB = 90^\circ$ ，半徑  $\overline{OA} = \overline{OB} = 2$ ， $P$  為弧  $AB$  上之動點，且  $\overline{PM} \perp \overline{OA}$ ， $\overline{MN} \perp \overline{OP}$ ，令  $\angle AOP = \theta$  且  $S = \overline{PN} + \overline{MN}$ ，求  $S$  的最大值=\_\_\_\_\_。



7. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 45^\circ$ ， $\tan B$ 與 $\tan C$ 的乘積為6，且 $\tan B < \tan C$ ，試求 $\tan C =$ \_\_\_\_\_。

### 三、混合題（10分）

阿里山小火車採用傳統的輪軸推進器，火車的輪軸轉動如示意圖。



設輪圈的半徑 50 公分，而輪軸轉動時， $A$  點距離地面的高度為  $y$ （公分）與時間  $t$ （秒）的關係式為  $y = f(t) = a \sin\left(kt + \frac{\pi}{2}\right) + b$ ，其中  $a$ 、 $k$ 、 $b$  為常數，且  $a > 0$ ， $k > 0$ ，若輪軸轉動一圈的時間為 4 秒，則試回答下面問題：

1.  $A$  點離地面的距離最高為\_\_\_\_\_公分。（2分）
2.  $k =$ \_\_\_\_\_。（3分）
3.  $(a, b) =$ \_\_\_\_\_。（5分）

## 前鎮高中 111 學年度 第一學期 第一次段考 高二數學科(A 卷)

### 一、單選題

1.	2.	3.	4.	5.
(A)	(C)	(D)	(B)	(D)
6.				
(C)				

### 二、多選題

7.	8.	9.	10.	11.
(A)(B)(C)(D)	(A)(C)(D)(E)	(A)(D)(E)	(A)(C)(D)(E)	(C)(E)

### 三、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
$\frac{19}{60}\pi$	$(\pi, 4\pi)$	$(\pi, 1)$	$-\frac{11}{14}$	245
6.	7.			
$\sqrt{2} + 1$	3			

### 四、混合題

1.	2.	3.
100	$\frac{\pi}{2}$	$(50, 50)$