

高雄女中 111 學年度 第一學期 第一次段考 高二數學科(A 卷)

一、多選題 (每題 7 分, 共 28 分, 7-5-3-0)

() 1. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\tan A = 1$, $\tan B = 2$, 下列敘述何者正確?

(1) $\sin(B + C) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

(2) $\sin(A + B) = \sin C$

(3) $\cos(A + B) = \cos C$

(4) $\tan B + \tan C - \tan B \tan C = 1$ (5) $\triangle ABC$ 為銳角三角形

() 2. 試問下列哪些函數圖形的週期為 π ?

(1) $\sin x$

(2) $\sin \frac{x}{2}$

(3) $\cos 2x$

(4) $\tan \frac{x}{2}$

(5) $|\tan x|$

() 3. 若函數 $f(x) = a \sin(bx + c) + d$, 其中 $a > 0$, $b > 0$, $0 < c < \frac{\pi}{2}$, 部分圖形如圖所示, 下列哪些正確?

(1) $y = \sin x$ 之圖形先以 y 軸為基準左右伸縮 2 倍, 可向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 單位而得 $y = \sin(bx + c)$

(2) $y = \sin x$ 之圖形先向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 單位, 再以 y 軸為基準左右伸縮 $\frac{1}{2}$ 倍而得 $y = \sin(bx + c)$

(3) $f(x)$ 的週期為 π (4) $(a, b) = (2, 2)$ (5) $(c, d) = (\frac{\pi}{3}, -1)$

() 4. 若正方形 $ABCD$ 的邊長為 12, 分別以四個頂點為圓心, 12 為半徑畫四分之一圓弧, 交點如下圖所示, 下列敘述哪些正確? (x 、 y 、 z 分別是陰影的面積)

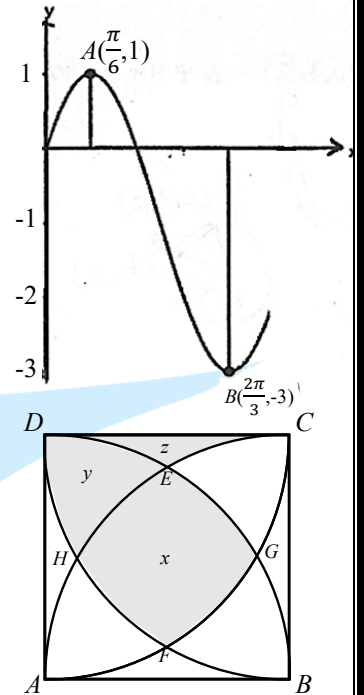
(1) $\overline{EF} = 12(\sqrt{3} - 1)$

(2) $\overline{EG}^2 = 144(2 - \sqrt{3})$

(3) $x = 48\pi + 144 - 144\sqrt{3}$

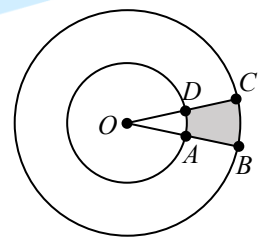
(4) $y + z = 36\sqrt{3} - 12\pi$

(5) $z = 144 - 36\sqrt{3} + 24\pi$

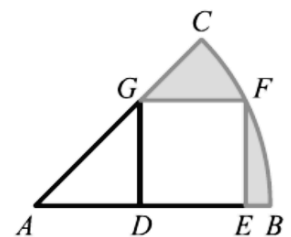


二、填充題 (共 72 分)

1. 如右圖, 已知兩個同心圓的半徑分別為 3 和 9, 且 \widehat{AD} 的弧長為 $\frac{\pi}{4}$, 求 \widehat{BC} 的弧長為 _____。



2. 如下圖, 一扇形所在圓之半徑為 2, $DEFG$ 為內接正方形, 又扇形圓心角為 $\frac{\pi}{4}$, 求灰色面積為 _____。



3. 令 $a = \sin 1$, $b = \sin 2$, $c = \sin 3$, $d = \sin 4$, $e = \sin \pi^2$, 則下面哪個選項為正確排序大小? _____。

- (1) $a > b > c > e > d$ (2) $b > a > c > e > d$ (3) $b > a > c > d > e$ (4) $b > c > a > e > d$

4. 設 $\pi < \alpha < \beta < \frac{5\pi}{4}$, 若 $\cos(\alpha - \beta) = \frac{12}{13}$, $\sin(\alpha + \beta) = \frac{3}{5}$, 則 $\sin(2\alpha) =$ _____。

5. 已知函數 $f(x) = 2 \cos(x + \frac{\pi}{3}) + 4 \sin(x - \frac{\pi}{6}) - 1$, 請回答下列問題:

(1) 若 $f(x) = r \cos(x - \alpha) - 1$ 且 $r > 0$, $0 \leq \alpha \leq \pi$, 試求 $(r, \alpha) =$ _____。

(2) 當 $0 \leq x \leq \pi$ 時, 則 $f(x)$ 的最小值為 _____。

6. 在 $0 \leq x \leq 2\pi$ 的範圍內, 解方程式 $(\cos x)^2 + 2 \sin x \cos x - (\sin x)^2 = k$, 試問:

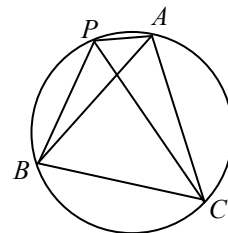
(1) 若 $(\cos x)^2 + 2 \sin x \cos x - (\sin x)^2 = k$ 共有五相異實根時, 則 k 的值為 _____。

(2) 若 $(\cos x)^2 + 2 \sin x \cos x - (\sin x)^2 = k$ 共有四相異實根時, 試求四相異實根之和的最大值為 _____。

7. 求 $\cos 30^\circ \cos 100^\circ \cos 140^\circ \cos 200^\circ$ 的值為 _____。

8. 當 $x = \alpha$ 時, 函數 $y = 2 \cos x - 3 \sin x$ 有最大值, 此時 $\tan \alpha =$ _____。

9. 設 $\triangle ABC$ 為邊長 10 的三角形，若 P 點在 $\triangle ABC$ 之外接圓 \widehat{AB} 弧（劣弧）上移動，則 $\triangle APC + \triangle APB$ 的面積最大值為 _____。



10. 設 $f(x) = \sqrt{2 + 2 \cos 2x} + \sqrt{2 - 2 \cos 2x}$ ，若 $f(x)$ 的最大值為 α ，最小值為 β ，且 $f(x)$ 的週期為 T ，試問 $(\alpha, \beta, T) =$ _____。

11. 在平面坐標上，若有一條直線 $L: y = \frac{2x}{\pi}$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) 與圖形 $\Gamma: y = 1 - \cos x$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) 共有三個交點，試求 L 在 Γ 下方的線段長度為 _____。

12. 設 $f(x) = \sin^6 x + \cos^6 x$ ，當 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 時， $f(x)$ 的最大值為 α ，最小值為 β ，試問 $(\alpha, \beta) =$ _____。

13. 平面上有一個圓的圓心為 $A(0, 0)$ ，若圓上有兩個點分別為 $B(b, 2)$ 、 $C(c, 3\sqrt{2})$ ，其中 $0 < c < b$ 且 $\angle BAC = 45^\circ$ ，若直線 \overleftrightarrow{AB} 的方程式為 $y = ax$ ，則 $a =$ _____。

高雄女中 111 學年度 第一學期 第一次段考 高二數學科(A 卷)

一、多選題

1.	2.	3.	4.
(2)(5)	(3)(5)	(2)(3)(4)	(1)(2)(3)(4)

二、填充題

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
得分	9	18	27	34	41	46	51	54	57	60	63	66	68	70	72

1.	2.	3.	4.	5.(1)
$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2} - \frac{6}{5}$	(2)	$\frac{16}{65}$	$(2, \frac{2\pi}{3})$
5.(2)	6.(1)	6.(2)	7.	8.
-2	1	$\frac{9\pi}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{16}$	$-\frac{3}{2}$
9.	10.	11.	12.	13.
50	$(2\sqrt{2}, 2, \frac{\pi}{2})$	$\frac{\sqrt{\pi^2 + 4}}{2}$	$(1, \frac{1}{4})$	$\frac{1}{2}$