

新莊高中 111 學年度 第一學期 第一次段考 高二數學科(B 卷)

一、多選題（每題 8 分，共 24 分，8-5-2-0）

() 1. 試就函數 $y = \sin(x + 3)$ 及其圖形，選出正確的選項。

- (1) 函數 $y = \sin(x + 3)$ 的圖形可由 $y = \sin x$ 的圖形向上平移 3 個單位而得
- (2) 函數 $y = \sin(x + 3)$ 的週期為 2π 、振幅為 1
- (3) 函數 $y = \sin(x + 3)$ 的最大值為 4
- (4) 函數 $y = \sin(x + 3)$ 的最小值為 -1
- (5) 將函數 $y = \sin(x + 3)$ 水平伸縮 3 倍後，可得到 $y = \sin(3x + 3)$ 的圖形。

() 2. 關於兩指數函數 $y = 3^x$ 與 $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ 圖形的敘述，下列哪些選項正確？

- (1) 兩圖形對稱於 y 軸
- (2) 兩圖形皆為由左而右上升（嚴格遞增函數）
- (3) 兩圖形均與任意鉛直線有交點
- (4) 在 $y = 3^x$ 圖形上任取兩點 R, S ，線段 \overline{RS} 除兩端點外，此線段恆在圖形上方
- (5) 在 $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ 圖形上任取兩點 P, Q ，直線 PQ 的斜率可能大於 1

() 3. 關於正弦函數 $y = \sin x$ 與指數函數 $y = a^x$ （設 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ）及其圖形的敘述，下列哪些選項正確？

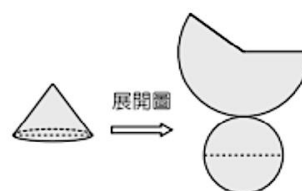
- (1) 函數 $y = \sin x$ 的圖形上有無限多個對稱點
- (2) 函數 $y = \sin x$ 的圖形是由無數個半圓弧所組成的
- (3) 將函數 $y = \sin x$ 圖形向上平移 2 個單位，再鉛直伸縮 5 倍後，可得 $y = 5 \sin x + 2$ 的函數圖形
- (4) $y = a^x$ 的圖形與 $y = \sin x$ 的圖形不會有交點
- (5) $y = a^x + 1$ 的圖形與 $y = \sin x$ 的圖形不會有交點

二、填充題（共 76 分）

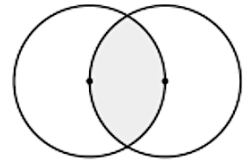
1. 計算 $\sin \frac{7\pi}{6} + \tan \frac{9\pi}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 以下九個實數： $\sin 1$ 、 $\sin 2$ 、 $\sin 3$ 、 $\cos 4$ 、 $\cos 5$ 、 $\cos 6$ 、 $\tan 1$ 、 $\tan 3$ 、 $\tan 5$ ，共有 個正數。

3. 如右圖，直圓錐展開後，側面為一扇形，設直圓錐底圓的半徑為 3.5 公分，側面扇形的半徑為 5 公分，求此扇形面積為 平方公分。



4. 如右圖，兩半徑皆為 6 公分的圓相互通過圓心，則重疊部分的面積為_____。

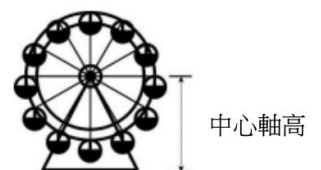


5. 時鐘分針長 12 公分，則下午 5 點 47 分至下午 6 點 22 分這段時間，分針針尖（即尖端）走了_____公分。

6. 某公司舉辦抽獎活動，2220 名員工分別領到編號 0001 至 2220 的對獎聯。首先抽出一個不大於 60 的正整數，將此數逐次加上 60，但不可大於 2220，這些號碼都可以獲得獎品。假設抽出的正整數是 55，共有_____人中獎。

7. 已知函數 $y = f(x) = 4 \sin \frac{\pi}{2}x + 3$ 的週期為 p ，振幅為 q ，則 $p + q =$ _____。

8. 遊樂園中有一圓形摩天輪，中心軸高 18 公尺，直徑 24 公尺，摩天輪以逆時針方向進行運轉，當摩天輪開始運轉時，小宇恰坐在離地最近的位置上； x 分鐘（ $x > 0$ ）後小宇離地的高度可表為 $y = a \sin(\frac{1}{6}x - \frac{\pi}{2}) + k$ ，其中 $a > 0$ ，則有序數對 $(a, k) =$ _____。



9. 在 $-2\pi \leq x \leq 4\pi$ 的範圍內，方程式 $\sin x = \frac{1}{4}$ 這些解的總和為_____。

10. 試解方程式 $25^x = 125^{-2x-1}$ ，得 $x =$ _____。

11. 蒲福風級 (Beaufort scale) 是由英國海軍上將蒲福 (Francis Beaufort) 於 1805 年發明，用風力等級來表示風的強弱程度。經過多次校正，目前使用的經驗關係式為 $V = 0.836 \times B^{\frac{3}{2}}$ ，其中 B 為蒲福風級， V 為風速 (公尺/秒)。於某海上測得海上風力為 4 級，則利用上述經驗關係式推算，風速可達 _____ 公尺/秒。(四捨五入至小數點後第一位)
12. 設 x 為實數，若 $y = 3^{x^2+4x}$ ，則 y 的最小值為 _____。
13. 滿足不等式 $\frac{1}{27} < 3^{2x-9} < 729$ 的整數解有 _____ 個。
14. 半衰期:放射性物質的質量變為原來的一半所需的時間，稱為該放射物的半衰期。
美國能源部在 1952 年首次在氫彈的碎片中發現一化學元素，鐳 (Einsteinium)，經研究得知該元素具有高度放射性且該元素的半衰期為 276 天。研究過程受到肺炎疫情影響而暫停，在研究人員經歷 138 天的封城結束回到實驗室後，其含量變為原本的 _____ %。參考數值 $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$
15. 遊戲設計者欲設計一越野摩托車之遊戲，以正弦函數 $y = \sin x + 2$ 的圖形模擬高高低低的山，其中 y 為高度，單位為公尺 (m)； x 為時間，單位為秒 (s)。時間為 0 秒時，摩托車從原點開始順著函數圖形往右移動。已知經過 $\frac{22}{3}\pi$ 秒時位於下坡路段，試問:自 0 秒到 $\frac{22}{3}\pi$ 秒的路途中共經歷了 _____ 個波峰。
16. 設 $-\pi \leq x \leq 2\pi$ ，函數 $y = |2 \sin 3x + 1|$ 的圖形與直線 $y = 1$ 有 _____ 個交點。

新莊高中 111 學年度 第一學期 第一次段考 高二數學科(B 卷)

一、多選題

1.	2.	3.
(2)(4)	(1)(3)(4)	(1)(5)

二、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
$\frac{1}{2}$	6	$\frac{35}{2}\pi$	$24\pi - 18\sqrt{3}$	14π
6..	7.	8.	9.	10.
37	8	(12 , 18)	3π	$-\frac{3}{8}$
11.	12.	13.	14.	15.
6.7	$\frac{1}{81}$	4	70.7	7
16.				
15				