

台南二中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高一數學科

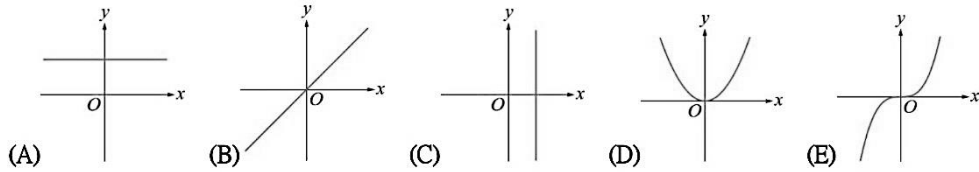
一、多選題（每題 5 分，共 20 分，5-3-1-0）

- () 1. 已知 $f(x) = x^5(x-1)^3(x+2)^4 + 2x^2 + 3x - 2$ ，則下列選項何者正確？
 (A) $f(1) = 0$ (B) $x+2$ 為 $f(x)$ 的因式 (C) $f(x)$ 除以 $(x-1)(x+2)$ 的餘式為 $3x-2$
 (D) $f(x)$ 除以 $x^2(x+2)$ 的餘式為 $2x^2 + 3x - 2$ (E) $3f(x)$ 除以 x^2 的餘式為 $9x-6$
- () 2. 已知二次函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的頂點坐標為 $(2, k)$ ，且圖形通過 $(5, 0)$ ， $(h, 0)$ ， $(0, -10)$ ，則下列選項何者正確？
 (A) $h = -1$ (B) $k > 0$ (C) $f(x)$ 的最小值為 -18
 (D) $f(-4) < f(6)$ (E) 將 $y = f(x)$ 平行移動可得 $y = 2x^2$
- () 3. 設 $f(x) = 2(x-1)^3 + x - 1$ ，則下列選項何者正確？
 (A) $f(x)$ 除以 x 的餘式為 -3 (B) 點 $(1, 0)$ 是 $y = f(x)$ 的圖形之對稱中心
 (C) $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸有三個交點 (D) $y = 2x^3 + x$ 的圖形可由 $y = f(x)$ 的圖形經適當平移得到
 (E) $y = f(x)$ 的圖形在對稱中心附近會近似於一直線 $y = 2(x-1)$
- () 4. 下列哪些選項是不等式 $x^2(x+4)(x-6) > (7-6x)(x+4)(x-6)$ 的解？
 (A) -2π (B) $-\pi$ (C) 0 (D) π (E) 2π

二、填充題（共 63 分）

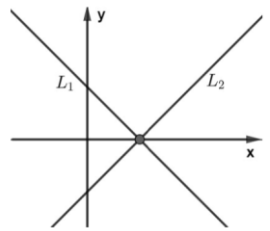
1. 多項式 $x(x-1)^3 + 4x^3 - 4x^2$ 等於下列哪一個選項？（單選題）_____。
 (A) $(x-1)^2(x+1)$ (B) $x^2(x+1)^2$ (C) $x(x-1)^2(x+1)$
 (D) $x^2(x-1)^2$ (E) $x(x-1)(x+1)^2$ (F) $x^2(x-1)(x+1)$
2. 設 $f(x)$ 為一多項式，若 $(x+1)f(x)$ 除以 $x^2 - 2x + 3$ 的餘式為 $7x - 11$ ，則 $f(x)$ 除以 $x^2 - 2x + 3$ 的餘式為_____。
3. 設多項式 $f(x) = 15x^5 - 107x^4 + 14x^3 - 3x^2 + 25x - 11$ 除以 $g(x)$ 的商式為 $x - 8$ ，餘式為 -15 ，則 $g(x)$ 除以 $x - 7$ 的餘式為_____。

4. 下列哪個為常數函數的圖形？（單選題）_____。



5. 已知直線 $L_1: y = a_1x + b_1$, $L_2: y = a_2x + b_2$, 圖形如右, 則下列選項何者正確？（單選題）_____。

- (A) $a_1 > a_2$, $b_1 < b_2$ (B) $a_1 > a_2$, $b_1 = b_2$ (C) $a_1 > a_2$, $b_1 > b_2$
 (D) $a_1 < a_2$, $b_1 < b_2$ (E) $a_1 < a_2$, $b_1 = b_2$ (F) $a_1 < a_2$, $b_1 > b_2$



6. 某線上音樂商店根據過去市場經驗發現：下載每首歌曲收費 1 美元，則每天可銷售 4000 首歌曲。若價格每上漲 0.05 美元，則每天的歌曲銷量就會減少 100 首。則此商店每天最多可收入_____美元。

7. 設 m 為實數，若二次函數 $y = 4x^2 + (4m + 1)x - m$ 的圖形恆在直線 $y = x - 12$ 的上方，則 m 的範圍為_____。

8. 若 $f(x) = ax^3 + px$ 滿足 $f(-5) > 0$, $f(-2) < 0$, 則下列選項何者正確？（單選題）_____。

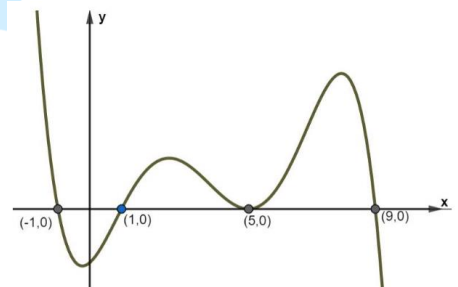
- (A) $a > 0$, $p > 0$ (B) $a > 0$, $p = 0$ (C) $a > 0$, $p < 0$
 (D) $a < 0$, $p > 0$ (E) $a < 0$, $p = 0$ (F) $a < 0$, $p < 0$

9. 已知點 (a, b) 在三次函數 $f(x) = (x+1)^3 - 2(x+1) - 3$ 圖形上，則下列哪一點亦在 $y = f(x)$ 圖形上？
 (單選題) _____。
- (A) $(-a+1, -b+3)$ (B) $(-a+1, -b-3)$ (C) $(-a-1, -b+3)$ (D) $(-a-1, -b-3)$
 (E) $(-a+2, -b+6)$ (F) $(-a+2, -b-6)$ (G) $(-a-2, -b+6)$ (H) $(-a-2, -b-6)$

10. 若三次實係數多項式函數 $y = f(x)$ 圖形的對稱中心為 $(4, k)$ ，將 $y = f(x)$ 左移後圖形會與 $y = g(x) = 3x^3 - 9x^2 + bx + c$ 重合，且 $f(x)$ 除以 $(x-4)^2$ 的餘式為 $-2x+3$ ，試求：
 (1) $k =$ _____。 (2) 數對 $(b, c) =$ _____。

11. 若三次實係數多項式函數 $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸分別交於三點 $(0, 0)$ ， $(5, 0)$ ， $(7, 0)$ 。已知廣域看 $y = f(x)$ 的圖形會很接近 $y = -6x^3$ 的圖形，則 $y = f(x)$ 圖形的對稱中心為 _____。

12. 已知多項式 $y = f(x)$ 的函數圖形如右，則 $f(x) \leq 0$ 的解為 _____。



13. 設實係數二次不等式 $ax^2 + bx + c \leq 0$ 的解為 $x \leq -3$ 或 $x \geq 1$ ，則不等式 $cx^2 - 2bx - a < 0$ 的解為 _____。

三、計算題（共 17 分）

1. 若多項式 $f(x) = 4x^3 - 20x^2 + 43x - 20 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ ，試求：

(1) a, b, c, d 的值。(4 分)

(2) 計算 $f(0.99)$ 的近似值。(四捨五入至小數點後第二位)(2 分)

(3) $f(x)$ 在 $x = 1$ 附近的局部特徵會近似於哪個一次函數。(2 分)

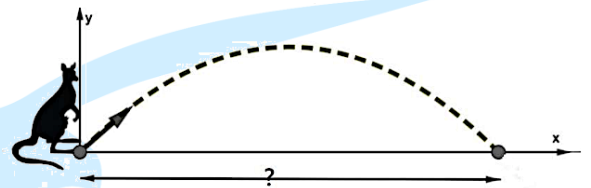
2. 已知多項式 $f(x) = -x^4 + 3x^2 + 2x$ 有一個因式 $x^2 - x - 2$ ，試求 $f(x) > 0$ 的解。(3 分)

3. 紅袋鼠是體型最大的袋鼠，廣泛分佈在澳洲大陸。前肢有細小的爪，後肢粗壯適合跳躍，尾巴強可以幫助站立，牠們的腳像橡皮圈，可以跳 3 米高，9 米遠，並能達到時速 60 公里以上。[資料來源：維基百科] 現以函數

$y = -\frac{1}{660}x^2 + x$ 模擬某一隻紅袋鼠的跳躍，其中 x 是水平距離（以公分為單位）， y 是相應的高度（以公分為單位）。

(1) 如下圖所示，此紅袋鼠可跳多遠？（以公分為單位）(3 分)

(2) 此紅袋鼠能跳過 150 公分高的柵欄嗎？請解釋理由。(3 分)



台南二中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高一數學科

一、多選題

1.	2.	3.	4.
(B)(D)(E)	(A)(C)(E)	(A)(B)(D)	(B)(C)(E)

二、填充題

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
分數	8	15	20	25	30	35	40	45	48	51	54	57	60	63

1.	2.	3.	4.
E	$3x - 2$	-32 (本題有誤，送分)	A
5.	6.	7.	8.
F	4500	$-4 < m < 3$	D
9.	10.(1)	10.(2)	11.
H	$k = -5$	$(b, c) = (7, -6)$	$(4, -72)$
12.	13.		
$-1 \leq x \leq 1, x = 5, x \geq 9$	$-1 < x < -\frac{1}{3}$		

四、計算題

1.(1)	1.(2)	1.(3)	2.
$a = 4, b = -8,$ $c = 15, d = 7$	6.85	$y = 15x - 8$	$0 < x < 2$
3.(1)	3.(2)		
660 公分	<p>可以跳過 150 公分的柵欄，最高能跳 165 公分。</p> $y = -\frac{1}{660}x^2 + x = -\frac{1}{660}(x^2 - 660x)$ $= -\frac{1}{660}(x - 330)^2 + 165 \leq 165$		