台南一中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高一數學科

一、單選題（每題 6 分，共 6 分）

(　　) 1. $L_1: 7x + y = 15$，$L_2: 3x - y = 5$，已知 3 條直線 L_1、L_2、L_3 可圍出一個三角形，試問當 L_3 為下列何者時，所圍成的三角形面積最大？

(1) $6x - 5y = 0$　(2) $6x - 5y = \pi$　(3) $6x - 5y = 5$　(4) $6x - 5y = -1$　(5) $6x - 5y = -2$

二、多選題（每題 8 分，共 24 分，8−6−4−2−0）

(　　) 1. 平面上有一個面積為 50π 的圓 C，若三直線 $L_1: y = x + 17$，$L_2: y = x + 7$，$L_3: y = x - 13$，其中有 2 條是圓 C 的切線，直線 $M: y = -3x + 1$，通過圓 C 的圓心，試選出正確的選項：

(1) L_1 是圓 C 的切線　(2) 直線 $M_1: y = -3x - 26$ 與圓 C 交於 2 點

(3) 直線 $M_1: y = -3x + 16$ 與圓 C 交於 2 點　(4) 點 $A(8, -1)$ 在圓 C 上　(5) 點 $B(0, -10)$ 在圓 C 內

(　　) 2. a 為正實數，且圓 $C: x^2 - 2ax + y^2 - \frac{4}{a}y = 0$ 的圓心為點 P，當實數 $a = t_0$ 時，圓心 P 與原點 $O(0, 0)$ 有最小距離為 m，試選出正確的選項：

(1) 圓心 P 的坐標為 $(a, \frac{2}{a})$　(2) 圓 C 半徑的最大值為 2　(3) $t_0 = \sqrt{2}$

(4) $m = 2$　(5) $a = t_0$ 時，圓 C 上的點與直線 $x + y + 4 = 0$ 距離的最大值為 $4 + \sqrt{2}$

(　　) 3. 試判斷下列各選項所述情形或方程式，何者在坐標平面上洽可決定一圓？

(1) $\sqrt{(x - 111)^2 + (y - 2022)^2} = \sqrt[3]{2}$　(2) $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 13 = 0$

(3) 通過三點 $(-2, 7)$，$(7, -8)$，$(1, 2)$　(4) 兩點 $A(2, 6)$ 和 $B(5, 0)$，滿足 $\overline{PA} = \frac{1}{3}\overline{PB}$ 的點 P 軌跡

(5) 與 x 軸，y 軸，$x + y = 2022$ 三直線皆相切

三、填充題（每格 5 分，共 60 分）

1. 求過 $A(1, 2)$ 且與 $2x + 3y = 5$ 垂直之直線方程式 ____________ 。

2. $\triangle ABC$ 中，$A(1, 4)$，$B(2, 3)$，$C(2, 2)$ 試求 $\triangle ABC$ 之外接圓方程式 ____________ 。

3. 平行四邊形 $ABCD$，$A(2, 7)$，$B(1, 2)$，$C(5, 0)$，又過 $P(0, 1)$ 之直線 L 將平行四邊形之面積平分，求 L 之方程式 ____________ 。

4.　$L: y = mx + 6$ 與直線 $y = -\frac{4}{3}x$ 垂直，將直線 L 向右平移 a 單位或向下平移 b 單位都會與直線 $y = mx$ 重合，試求數對 $(a, b) =$ ____________ 。

5.　L 為過 $(4, 3)$ 之直線，求分別滿足以下條件之 L 方程式：

(1) L 在第一象限與 x 軸，y 軸所圍成之三角形有最小面積，求 L: ____________________ 。

(2) L 與 2 坐標軸圍成之三角形面積＝ 3，求 L: ____________________ 。（2 解）

6.　過點 $A(3, 4)$ 對圓 $C: (x-1)^2 + (y-3)^2 = 4$ 可作 2 條切線，2 切線分別交圓 C 於 P、Q 兩點，則：

(1) $\triangle APQ$ 之外接圓方程式為 ____________________ 。　(2) $\triangle APQ$ 之面積為 ____________ 。

7.　在坐標平面上，一圓過點 $A(2.-1)$，且與直線 $4x - 3y = 14$ 相切於點 $B(5, 2)$，求此圓之方程式為 ____________________ 。

8.　$\triangle ABC$ 中，$A(-1, 2)$，$B(5, 10)$，外心 $(6, 3)$，試求滿足條件之 $\triangle ABC$ 最大面積為 ____________ 。

9. 在 $L: 4x-3y=5$ 上有兩點 $P(111, a)$，$Q(b, \sqrt{2022})$，則 $\dfrac{a-\sqrt{2022}+4}{111-b+3}=$ ____________ 。

10. 點 $P(-2,-3)$，Q 為 x 軸上一點，R 為圓 $(x-4)^2+(y-5)^2=9$ 上一點，試問 $\left|\overline{PQ}-\overline{QR}\right|$ 之最大值為 ____________ 。

四、計算題（共 10 分）

1. (1) $\Gamma: \begin{cases} x^2+y^2-10x+6y+9\le 0 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{cases}$ 試在坐標平面上表示 Γ 之區域。（3 分）

(2) 直線 $L: y=mx+5$ 與 Γ 有交點，求 m 之範圍。（7 分）

台南一中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高一數學科

一、單選題

1.
(5)

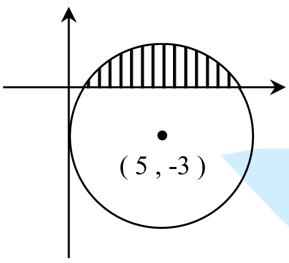
二、多選題

1.	2.	3.
(1)(3)	(1)(3)(4)	(1)(4)

三、填充題

1.	2.	3.	4.
$3x-2y=-1$	$x^2+y^2-x-5y+4=0$	$y=1$	$(8,6)$
5.(1)	5.(2)	6.(1)	6.(2)
$3x+4y=24$	$3x-2y=6$ 或 $3x-8y=12$	$(x-2)^2+\left(y-\frac{7}{2}\right)^2=\frac{5}{4}$	$\frac{2}{5}$
7.	8.	9.	10.
$(x+7)^2+(y-11)^2=225$	$25(\sqrt{2}+1)$	$\frac{4}{3}$	$2\sqrt{10}+3$

四、計算題

1.(1)	1.(2)
	$-5\le m\le -\frac{5}{9}$