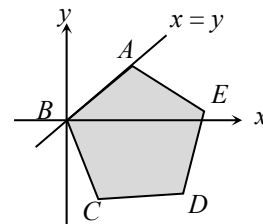


# 港明高中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高一數學科

## 一、單選題（每題 5 分，共 15 分）

- ( ) 1. 如右圖， $ABCDE$  為一個正五邊形，頂點  $B$  在原點上且  $\overline{AB}$  在直線  $y = x$  上，則正五邊形  $ABCDE$  的邊所在的直線中，斜率介於  $-1$  與  $1$  之間為下列哪一個選項？

(A)  $\overline{CD}$  與  $\overline{EA}$  (B)  $\overline{EA}$  與  $\overline{DE}$  (C)  $\overline{BC}$  與  $\overline{DE}$  (D)  $\overline{BC}$  與  $\overline{CD}$  (E)  $\overline{BC}$  與  $\overline{EA}$



- ( ) 2. 選出斜率最小的直線。

(A)  $4x - 3y = 2$  (B)  $3x - 4y = 5$  (C)  $x = -\frac{4}{3}y - 1$  (D)  $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$  (E)  $y - 3 = \frac{3}{4}(1 - x)$

- ( ) 3. 在坐標平面上，當一個點  $(x, y)$  的  $x$  坐標與  $y$  坐標都是整數時，則稱此點為格子點。

試問：圓  $C: x^2 + (y - 1)^2 = 9$  的內部及圓上共有多少個格子點？

(A) 28 (B) 29 (C) 30 (D) 31 (E) 32

## 二、多選題（每題 6 分，共 24 分，6-4-2-0）

- ( ) 1. 下列哪些點在直線  $2x - 3y = 6$  的左方半平面上？

(A)  $(1, 1)$  (B)  $(2, -3)$  (C)  $(6, 2)$  (D)  $(4, -1)$  (E)  $(5, 2)$

- ( ) 2. 在坐標平面上，設  $A$ 、 $B$  為相異兩定點且  $k$  為實數，就下列各選項中， $k$  值滿足  $\overline{PA} = k\overline{PB}$  時，所有  $P$  點所成圖形的描述何者正確？

(A) 當  $k = -1$  時，點  $P$  為  $\overline{AB}$  的中點 (B) 當  $k > 0$  時，其圖形為一圓  
(C) 當  $k = 0.5$  時，其圖形為一圓 (D) 當  $k = 1$  時，其圖形為  $\overline{AB}$  的中垂線  
(E) 當  $k = 1.5$  時，其圖形為一圓

- ( ) 3. 已知圓  $C: x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$  及兩點  $A(9, 8)$ 、 $B(4, 6)$ ，試問下列哪些選項正確？

(A) 圓心坐標為  $(1, 2)$ ，半徑為 25 (B) 過  $B$  點且與圓  $C$  相切的直線方程式為  $3x + 4y - 36 = 0$   
(C) 圓  $C$  上各點中與  $A$  點的最短距離為 6 (D) 圓  $C$  上各點中與  $A$  點有最長距離的點坐標為  $(-3, -2)$   
(E) 圓  $C$  上有 20 個點與  $A$  點的距離正好是整數

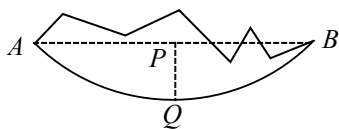
- ( ) 4. 自點  $P(8, 1)$  向圓  $C: x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$  做兩切線，切點為  $A$ 、 $B$ ，若圓  $C$  之圓心為  $O$  點，試問下列哪些選項正確？

(A)  $\triangle PAB$  的外接圓直徑長為  $2\sqrt{5}$  (B)  $\triangle PAB$  的外接圓方程式為  $x^2 + y^2 - 10x + 16 = 0$   
(C)  $\overline{PA}$  長為 5 (D)  $\overline{AB} = \frac{3\sqrt{10}}{5}$  (E) 四邊形  $PAOB$  的面積為 12

## 三、填充題

1. 求兩平行直線  $L_1: 4x - 3y + 5 = 0$  與  $L_2: 8x - 6y - 15 = 0$  之間的距離為 \_\_\_\_\_。

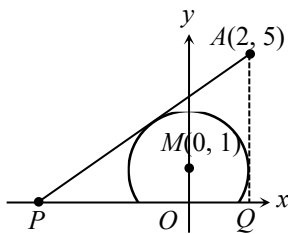
2. 將直線  $2x + y = -4$  往右平移 6 單位，再向下平移 3 單位後，所得直線在第一象限與兩軸所圍成的面積為 \_\_\_\_\_。
  
3. 若  $k > 0$ ，且方程式  $x^2 + y^2 - 4x + 2ky + 2k + 7 = 0$  的圖形為一點，試求此點的坐標為 \_\_\_\_\_。
  
4. 莫爾圓是圓心位於  $x$  軸上的圓，根據莫爾圓的定義，求通過  $A(1, 4)$ 、 $B(0, 3)$  的莫爾圓半徑為 \_\_\_\_\_。
  
5. 已知  $A(2, -1)$ 、 $B(6, -3)$ 、 $C(-1, -10)$  三點，求  $\triangle ABC$  外接圓的圓心坐標為 \_\_\_\_\_。
  
6. 破鏡可以重圓嗎？有一天，魔獸霍華德在籃球架下撿到一片圓弧形輪廓較完整的碎鏡子，心想：「如果能利用這片碎鏡子，找出圓形鏡子原來的半徑大小，來讓看到穿著『那些籃球教會我的事』T 恤的人們也能了解籃球，那該多好啊！、於是魔獸霍華德拿出了直尺，測量這片圓弧形碎片（如圖），得知  $\overline{AB} = 12$ 、 $\overline{PQ} = 2$ ，且  $P$  為  $\overline{AB}$  中點， $\overline{AB} \perp \overline{PQ}$ ，則此圓形鏡子的半徑為 \_\_\_\_\_。



7. 若直線  $x + 2y = 3c$  與圓  $(x - 3)^2 + (y + a)^2 = b$  相切於  $(7, 1)$ ，則序組  $(a, b, c) =$  \_\_\_\_\_。

8. 如圖，在坐標平面上有一圓弧型輪廓，其中圓心  $M(0, 1)$ ，設  $A(2, 5)$  處有一光源，將圓  $x^2 + (y - 1)^2 = 2^2$  投射到  $x$  軸上，求圖中：

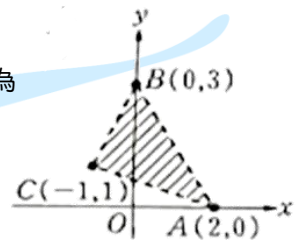
(1) 切線  $AP$  與圓弧所交切點的  $x$  坐標為 \_\_\_\_\_。(2) 此圓弧形輪廓投射到  $x$  軸上的影子長為 \_\_\_\_\_。



9. 若圓  $C$  與  $y$  軸相切於  $(0, 7)$ ，且與直線  $L: 3x - 4y = 12$  相切，則圓  $C$  的半徑為 \_\_\_\_\_。(兩解)

#### 四、混合題 (共 10 分)

1. 設  $R$  為右圖中三角形區域斜線部分 (不含邊界)，且三頂點坐標為  $A(2, 0)$ 、 $B(0, 3)$ 、 $C(-1, 1)$ 。試回答下列問題：



(1) 三角形  $ABC$  區域  $R$  可用下列哪一個二元一次聯立不等式表示？(單選題，2 分)

(A)  $\begin{cases} 3x + 2y > 6 \\ 2x - y > -3 \\ x + 3y < 2 \end{cases}$  (B)  $\begin{cases} 3x + 2y > 6 \\ 2x - y < -3 \\ x + 3y > 2 \end{cases}$  (C)  $\begin{cases} 3x + 2y < 6 \\ 2x - y > -3 \\ x + 3y > 2 \end{cases}$  (D)  $\begin{cases} 3x + 2y < 6 \\ 2x - y < -3 \\ x + 3y > 2 \end{cases}$  (E)  $\begin{cases} 3x + 2y < 6 \\ 2x - y > -3 \\ x + 3y < 2 \end{cases}$

(2) 不論  $m$  為任意實數，直線  $y = m(x + 1) + 1$  恆過定點 \_\_\_\_\_。(填充題，3 分)

(3) 已知直線  $y = m(x + 1) + 1$  平分三角形  $ABC$  區域  $R$  的面積，求  $m$  的值為 \_\_\_\_\_。(計算題，5 分)

## 港明高中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高一數學科

### 一、單選題

1.	2.	3.
(A)	(D)	(B)

### 二、多選題

1.	2.	3.	4.
(A)(E)	(C)(D)(E)	(B)(E)	(E)

### 三、填充題

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	10	18	25	30	35	38	42	45	48	51

1.	2.	3.	4.
$\frac{5}{2}$	$\frac{25}{4}$	$(2, -3)$	5
5.	6.	7.	8.(1)
$(2, -6)$	10	$(7, 80, 3)$	$-\frac{6}{5}$
8.(2)	9.		
$\frac{20}{3}$	$\frac{41}{2}$		

### 四、計算題

1.(1)	1.(2)	1.(3)
C	$(-1, 1)$	$\frac{1}{4}$