

## 中山附中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高一數學科

### 一、多選題（每題 8 分，共 24 分，8-5-2-0）

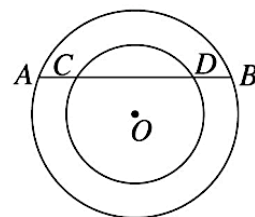
- ( ) 1. 在坐標平面上，下列五組條件中，哪幾組恰可決定唯一的圓？  
(A) 過  $(0, -4)$ 、 $(3, 4)$ 、 $(5, 10)$  三點 (B) 以  $(1, -1)$  與  $(3, 5)$  為一直徑的兩端點  
(C) 過  $O(0, 0)$ 、 $A(1, 0)$ 、 $B(0, 1)$ 、 $C(\frac{1-\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2})$  四點 (D) 圓心  $(2, -3)$ ，且與  $x$  軸及  $y$  軸皆相切  
(E) 與  $x$  軸、 $y$  軸及直線  $x - y = 1$  均相切
- ( ) 2.  $k \in R$ ，圓  $C: x^2 + y^2 - 2kx - 2y + k^2 - 8 = 0$ ，下列敘述何者正確？  
(A) 不論  $k$  為任何實數，圓  $C$  恆存在 (B) 圓  $C$  對稱於直線  $x = -k$  (C) 圓  $C$  與  $y$  軸必交於相異兩點  
(D) 圓  $C$  與  $x$  軸恰交於一點 (E) 若圓  $C$  在點  $(2k, 2)$  與直線  $2\sqrt{2}x - y = 14$  相切，則  $k = 2\sqrt{2}$
- ( ) 3. 設  $A(4, 5)$ 、 $B(s, 9)$ 、 $C(-4, t)$ 、 $(2, 4)$  四點共線，則下列敘述何者正確？  
(A)  $t = 0$  (B)  $s = 12$  (C)  $s + t = 13$  (D)  $s - t = 12$  (E)  $st = 12$

### 二、填充題（每格 6 分，共 66 分）

1. 設  $A(3, 9)$ 、 $B(8, 3)$   
(1) 在  $x$  軸上找一點  $P$  使  $\overline{PA} + \overline{PB}$  有最小值，則  $P$  點坐標為 \_\_\_\_\_。  
(2) 承上題，此最小值為 \_\_\_\_\_。
2. 有一圓通過  $A(5, -3)$  且與圓  $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$  有相同圓心，則此圓的方程式為 \_\_\_\_\_。
3. 若  $C: x^2 + y^2 + 6x + 2y + 1 = 0$ ， $P(2, 2)$ ，則過  $P$  點與圓  $C$  相切的切線方程式為 \_\_\_\_\_。
4. 曲線  $y = \sqrt{x(6-x)}$  與直線  $L: 3x + 4y + k = 0$  相切，則  $k =$  \_\_\_\_\_。

5. 小宇帶了 150 元上市場購買饅頭與包子，已知饅頭每個售價 10 元，包子每個售價 15 元，今小宇購買饅頭的個數至少是包子個數的 2 倍，且饅頭和包子至少各買一個，則小宇有 \_\_\_\_\_ 種購買的方法。

6. 設圖中的兩個圓共圓心，大圓的弦  $\overline{AB}$  交小圓於  $C$ 、 $D$  兩點，且  $\overline{AC} = \overline{CD} = \overline{DB} = 4$ ，則大圓與小圓間的環狀區域面積為 \_\_\_\_\_。



7. 已知  $A(4, 2)$ ，圓  $C: (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 1$ ，試在  $x$  軸上求一點  $P$  且在圓  $C$  上求一點  $Q$ ，使  $\overline{AP} + \overline{PQ}$  最小，則此最小值  $\overline{AP} + \overline{PQ}$  為 \_\_\_\_\_。

8. 非洲草原的保護區有  $A$ 、 $B$  兩處公園警察的駐點哨所，甲、乙兩位公園警察分別派駐在  $A$ 、 $B$  兩哨所。已知甲、乙兩人在草原上的移動速度比為 1:3，今欲劃分責任區域，發生盜獵情事時，甲與乙同時由哨所出發，以可最先到達盜獵地點的人，此地點屬於其責任區域。若兩哨所分別為  $A(2, -3)$ 、 $B(-2, 1)$ ，則責任區域的界線方程式為 \_\_\_\_\_。

9. 在坐標平面上  $A(2, 7)$  處有一光源，將圓  $x^2 + (y - 3)^2 = 4$  投射到  $x$  軸上，則其在  $x$  軸上的影子長為 \_\_\_\_\_。

10. 設  $A(7, 4)$  關於直線  $L: x + 3y + k = 0$  的對稱點為  $A'(a, -2)$ ，試求對數  $(a, k) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

### 三、計算題（每題 5 分，共 10 分）

坡度：以百分數表路面縱向傾斜程度，亦即在路線中心線方向上，兩點間高程差與其平距比值之百分數。例如：兩點相距 100 公尺，其高程差 2.5 公尺，則該兩點坡度為 2.5%，上坡為正，下坡為負。為適應設計行車速率、地形區別以及慢車行駛等因素，據實驗所得最大縱坡度如表所示。於開挖路段之坡度設計，為免除路面積水，規定必需設置最小之縱坡，一般以 0.5% 至 0.35% 為宜。

設計行車速率 (公里/時)	最大縱坡度 (%)		
	平原區	丘陵區	山嶺區
120	3	4	—
100	3	4	6
80	4	5	7
60	5	7	9
40	5	8	10

參考資料來源：蔡益超（2003 年 10 月）。坡度名詞解釋。雙語詞彙、學術名詞暨辭書資訊網測繪學辭典。取自 <http://terms.naer.edu.tw/detail/1297868/?index=1>

- 符合表中規範，某丘陵公路設計行車速率最高為 60 公里/時，公路之高程差為 637 公尺，此段公路若可一路攀升，試問該段公路最短為多少公里？（單選題）  
(A) 15.925 公里 (B) 7.9625 公里 (C) 12.74 公里 (D) 9.1 公里。
- 德國的無限速高速公路系統（Autobahn）遠近馳名，根據歐盟交通運輸安全委員會的統計，境內路網有 52% 的路段是無限速的！儘管如此，德國的車禍率還是很低，究竟是怎麼辦到的呢？其中一項原因是在道路設計方面，該高速公路最大坡度不超過 4%。已知距離甲地 20 公里處有一處乙地，若要蓋一無限速高速路，請甲乙兩地最大高程差為多少公尺？（非選擇題）。

參考資料來源：影音新聞／綜合報導（2018 年 2 月 5 日）。為何德國高速公路不限速、車禍卻很少？影片實況揭密。自由時報電子報。取自 <https://news.ltn.com.tw/news/life/breakingnews/2330835>

# 中山附中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高一數學科

## 一、多選題

1.	2.	3.
(A)(B)(C)	(A)(E)	(B)(C)(E)

## 二、填充題

1.(1)	1.(2)	2.	3.
$\left(\frac{27}{4}, 0\right)$	13	$x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$	$y = 2 \text{ or } 15x - 8y = 14$
4.	5.	6.	7.
-24	28	$32\pi$	4
8.	9.	10.	
$x^2 + y^2 - 5x + 7y + 14 = 0$	$\frac{28}{3}$	$(5, -9)$	

## 三、計算題

1.	2.
(D)	800 m