

高雄女中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高一數學科

一、是非題（每題 2 分，共 10 分）

- () 1. L_1 為通過點 $(1, 2)$ 且沒有 y 截距的直線， L_2 為通過點 $(-1, -2)$ 且沒有 x 截距的直線，則 L_1 和 L_2 此兩直線的斜率相乘之值為 -1
- () 2. 直線 $L: 2x - 3y + 1 = 0$ 可透過平移的方式，使其平移後所得到的新直線 L' 的 x 截距和 y 截距相等。
- () 3. 已知 P 點在第一象限且為圓 $C: x^2 + y^2 = 1$ 外的一點，若過 P 點的切線中，其中一條切線為鉛直線，而另一條切線的斜率之值為 m ，則 $m \geq 0$
- () 4. 方程式 $9x^2 + 9y^2 - 6x + 1 = 0$ 所代表的圖形為一個點
- () 5. 坐標平面上有一點 $A(a, b)$ ，其中 $ab \neq 0$ 且 $|a| \neq |b|$ ，若點 A 關於 x 軸、 y 軸、直線 $x - y = 0$ 、直線 $x + y = 0$ 的對稱點分別為點 B ，點 C ，點 D ，點 E ，則 B 、 C 、 D 、 E 四點會在同一個圓上

二、單選題（每題 4 分，共 12 分）

- () 1. 關於直線 $L: 3x - y - 2 = 0$ ，下列選項何者正確？
- (1) 直線 L 的斜率為 -3 (2) 直線 L 的 x 截距為 -2 (3) 直線 L 和 y 軸所夾的銳角大於 45°
- (4) 若直線 L 將坐標平面 L 以外的部分分成兩個半平面，則點 $(\frac{3}{4}, \frac{1}{3})$ 和點 $(\frac{1}{2}, -\frac{3}{4})$ 位在一個半平面
- (5) 若直線 $M: \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}y + 1 = 0$ ，則直線 L 和直線 M 的距離為 $\frac{2\sqrt{10}}{5}$
- () 2. 若有一個圓通過 $A(3, -2)$ 、 $B(2, 1)$ 、 $C(-1, 0)$ 三點，則此圓的半徑為？
- (1) $\sqrt{2}$ (2) $\sqrt{3}$ (3) 2 (4) $\sqrt{5}$ (5) $\sqrt{6}$
- () 3. 在坐標平面上，已知 $A(1, 0)$ 、 $B(0, 2)$ ，若 P 點在圓 $C: x^2 + y^2 = 5$ 上且滿足 $\overline{PA}^2 - \overline{PB}^2 = -13$ ，則滿足上述條件的 P 點有多少個？
- (1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 3 (5) 4

三、填充題（每格 5 分，共 70 分）

1. $A(5, 7)$ 、 $B(1, 1)$ 、 $C(7, 1)$ 為坐標平面上的三個點。

- (1) 已知 m 為實數，若直線 $y = mx + 1 - m$ 平分 $\triangle ABC$ 面積，則 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) 若 D 點在直線 BC 上且滿足 $\overline{DA} = \overline{DC}$ ，則 D 點的坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 設 $2x + 3y - 20 = 0$ ，則當數對 $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 時， $\sqrt{(x-5)^2 + (y-12)^2}$ 有最小值。

3. 已知直線 $L: y = mx - 3$ 不通過第一象限且和圓 $C: x^2 + y^2 - 2y + 4 = 0$ 交於 P 、 Q 兩點。若 $\overline{PQ} = 2\sqrt{3}$ ，則 $m =$ _____。
4. 設 $A(1, 2)$ 、 $B(-2, -1)$ ，直線 $L: y = mx - 7$ ，若直線 L 交 \overline{AB} 於 P 且 $\overline{AB} : \overline{BP} = 5 : 3$ ，則 $m =$ _____。
5. 將直線 L_1 向右平移 1 單位，再向下平移 2 單位後，得到直線 L_2 ，而直線 L_2 和直線 $L_3: 4x - 3y - 14 = 0$ 互相垂直於點 $(5, 2)$ ，則直線 L_1 的方程式為 _____。
6. 設 $A(2, 5)$ 、 $B(-1, 3)$ 、 $C(-1, 7)$ ，若點 $P(2 - k, 2k + 3)$ 在 $\triangle ABC$ 區域內（包含邊界）且 P 點為格子點，則 P 點的坐標為 _____。（註：當一個點 (x, y) 的 x 坐標和 y 坐標皆為整數時，稱此為格子點）
7. 若有一個圓和直線 $L: 3x + 7y = 25$ 相切於點 $A(-1, 4)$ ，則此圓上有另一點 $B(5, 2)$ ，則此圓的圓心坐標為 _____。
8. 設 $P(x, y)$ 為圓 $C: (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 9$ 上一點，若 $3x + 4y + 8$ 的最大值為 M ，最小值為 m 。則數對 $(M, m) =$ _____。
9. 若 a 、 b 為兩負數且直線 $L: ax + by = 12$ 與圓 $C: x^2 + y^2 = 36$ 相切，則 $(a - 3)^2 + (b - 4)^2$ 的最大值為 _____。

10. 一正方形的內切圓方程式為 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$ ，若此正方形的其中一邊平行於直線 $2x + y = 0$ 且此正方形兩對角線的斜率分別為 m_1, m_2 ，則 $m_1 + m_2 =$ _____。(註：正方形的內切圓是指在正方形和四邊均相切的圓)
11. 坐標平面上， $A、B$ 為相異的兩定點且 $\overline{AB} = 6$ ，若動點 P 為滿足 $2\overline{PA} = \overline{PB}$ 所形成的圖形，則 $\triangle ABP$ 面積的最大可能值為 _____。
12. 有兩圓分別為 $C_1: (x-1)^2 + (y-3)^2 = 10$ 與 $x^2 + y^2 = 40$ ，另有一直線 $L: y = mx + \frac{20}{3}$ ，若直線 L 與兩圓 $C_1、C_2$ 共交四點時，則 m 的範圍為 _____。
13. 點 $A(5, 12)$ 在圓 $C: x^2 + y^2 = 169$ 上，已知圓 C 上除了 A 點以外，還有其他點到直線 $L: y = -2x$ 的距離，等於 A 點到直線 L 的距離，則這些點的坐標為 _____。

四、計算題（共 8 分）

小強在故宮博物院的庫房觀察掃地機器人的工作路線，為了方便起見，他將整個庫房的地板設定為一個直角坐標系，以最靠近小強的角落為坐標原點，並以鋪滿整個地板正方形地磚的邊長作為一單位。觀察發現圓盤中的掃地機器人圓心以直線前進並通過坐標系上的 $(1, 1)、(4, 3)$ 兩點，若在機器人不轉彎的情況下，試回答下列問題：（已知掃地機器人直徑為 34 公分，正方形地磚邊長為 60 公分）

- 掃地機器人圓心以直線前進，則此直線也會通過哪個點？（單選題，3 分）
 (1) $(6, 4)$ (2) $(7, 5)$ (3) $(8, 6)$ (4) $(9, 6)$ (5) $(11, 8)$
- 有一個「青花花卉盤」放在點 $(12, 8)$ 的位置，請問會不會被該掃地機器人撞到？（非選擇題，5 分）

高雄女中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高一數學科

一、是非題

1.	2.	3.	4.	5.
×	○	×	○	○

二、單選題

1.	2.	3.
(5)	(4)	(2)

三、填充題

1.(1)	1.(2)	2.	3.
$\frac{3}{5}$	$(-3, 1)$	$(1, 6)$	$-\sqrt{7}$
4.	5.	6.	7.
-39	$3x + 4y - 28 = 0$	$(1, 5)$	$(14, 39)$
8.	9.	10.	11.
$(33, 3)$	49	$\frac{8}{3}$	12
12.	13.		
$m > \frac{31}{27} \text{ or } m < -\frac{1}{3}$	$(-5, -12), (\frac{63}{5}, -\frac{16}{5}), (-\frac{63}{5}, \frac{16}{5})$		

四、計算題

1.	2.
2	會撞到