

瑞祥高中 108 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科

一、是非題(每小題沒作答不計分，答對得 2 分，答錯倒扣 2 分，倒扣到本大題 0 分為止，共 20 分)

- ( ) 1. 用計算機按  $\sqrt{2}$ ，螢幕會顯示「1.414213562」，所以可得「1.414213562」是一個無理數
- ( ) 2. 在兩個有理數  $\frac{1}{2}$  與  $\frac{1}{3}$  之間。由有理數的稠密性知必可找出「1414213562」個有理數
- ( ) 3. 因為「 $\frac{18018}{315000} = \frac{18018}{2^3 \times 3^2 \times 5^4 \times 7}$ 」，所以經過計算可知「 $\frac{18018}{315000}$ 」會是一個有限小數
- ( ) 4. 因為「 $5.4 - 5.3\bar{9} = 5.4000\cdots - 5.3999\cdots$ 」，所以經過計算可知「 $5.4 - 5.3\bar{9}$ 」會是一個正數
- ( ) 5. 對於任意實數  $a, b$ ，下列不等式「 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ 」恆成立
- ( ) 6. 對於任意實數  $a, b$ ，下列不等式「 $|a-b| \geq |a| - |b|$ 」恆成立
- ( ) 7. 若  $a$  是負數，則「 $2^a$ 」必是負數
- ( ) 8. 若  $a$  是正數，則「 $\log a$ 」必是正數
- ( ) 9. 將「 $10^{-54.38}$ 」用小數表示後，可得小數點後的第 54 位數字是 0
- ( ) 10. 將「 $\log 3845$ 」用小數表示後，可得小數點前的個位數字是 3

二、填充(基礎)題(每格 6 分，答案請化為最簡形式，共 30 分)

1. 若  $2 + \sqrt{5}$  的小數部分為  $x$ ，則  $\frac{x+1}{\sqrt{5}+1} = \underline{\hspace{2cm}}$
2. 設  $x = \sqrt{3} + 1$ ， $y = \sqrt{3} - 1$ ，則  $x^3 + y^3 = \underline{\hspace{2cm}}$
3. 數線上滿足不等式  $40 \leq 3x+1 \leq 130$  之所有  $x$  所構成的線段長之總和為  $\underline{\hspace{2cm}}$
4. 化簡  $(-3)^{-3} + (0.5)^{0.5} + (\sqrt{2}^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}} = \underline{\hspace{2cm}}$  (答案中不可以再出現指數)
5. 化簡  $(\log 10\sqrt{10}) \times (\log \frac{1}{10}) + 100^{\log 3} = \underline{\hspace{2cm}}$  (答案中不可以再出現指數)

三、填充(中等)題(每格 5 分，答案請化為最簡形式，共 30 分)

1. 小郭做一道循環小數的乘法題，原本題目是將一正實數  $a$  乘以  $0.\overline{36}$ ，過程中卻看錯了符號，他將  $a$  誤乘以  $0.\overline{36}$ ，導致所得結果與正確答案相差 2，則  $a = \underline{\hspace{2cm}}$

2. 已知  $a, b$  是有理數，且  $\frac{a+5\sqrt{3}}{3+b\sqrt{3}} = 1+2\sqrt{3}$ ，求數對  $(a, b) =$  \_\_\_\_\_

3. 已知  $a, b$  是實數，且  $|ax+2| \leq b$  的解為  $-2 \leq x \leq 4$ ，求數對  $(a, b) =$  \_\_\_\_\_

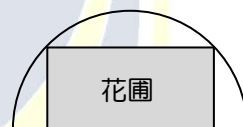
4. 數線上兩點  $A(-1)$ 、 $B(15)$ ，已知在數線上滿足  $\overline{PA} : \overline{PB} = 3 : 5$  的  $P$  點恰有兩個，分別記做  $P_1, P_2$ ，求  $\overline{P_1P_2} =$  \_\_\_\_\_

5. 設  $67^x = 27$ ， $603^y = 81$ ，求  $\frac{3}{x} - \frac{4}{y} =$  \_\_\_\_\_

6. 型如  $2^n - 1$  的質數稱做梅森質數，盧卡斯在 1876 年發現  $(2^{127} - 1)$  是一個質數，這是人類在未藉助電腦的情形下所找出來的最大梅森質數，易知  $2^{127}$  的末位不會是 0，所以  $(2^{127} - 1)$  與  $2^{127}$  會有相同的位數，請問將  $(2^{127} - 1)$  寫出會有 \_\_\_\_\_ 位數(已知  $\log 2 \approx 0.3010$ )

四、填充(進階)題(每格 4 分，答案請化為最簡形式，共 20 分)

1. 如圖，在一半徑 10 的半圓形草皮上，想要圍出一長方形作為花園，且花園的一邊必須與圓的直徑重合，若要求花園的面積要最大，則此時花園的面積為  $a$ ，周長為  $b$ ，求數對  $(a, b) =$  \_\_\_\_\_



2. 已知正方形的面積  $26 - 8\sqrt{3 + \sqrt{8}}$ ，求正方形的周長為 \_\_\_\_\_ (必需化為最簡才給分)

3. 不等式  $\sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{4x^2 + 4x + 1} = 9$  的解  $x =$  \_\_\_\_\_

4. 已知  $a^2 + a^{-2} = 7$ ，求  $a^3 + a^{-3} =$  \_\_\_\_\_

5. 如表：求  $\log \frac{s-r}{q-p} =$  \_\_\_\_\_

原始值 $x$	10	$p$	$q$	$r$	$s$	100
對數值 $\log x$	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2

# 瑞祥高中 108 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科簡答

一、是非題(每小題沒作答不計分，答對得 2 分，答錯倒扣 2 分，倒扣到本大題 0 分為止，共 20 分)

1.	2.	3.	4.	5.
×	○	○	×	×
6.	7.	8.	9.	10.
○	×	×	○	○

二、填充(基礎)題(每格 6 分，答案請化為最簡形式，共 30 分)

1.	2.	3.	4.	5.
$\frac{3-\sqrt{5}}{2}$	$12\sqrt{3}$	60	$\frac{106+27\sqrt{2}}{54}$	$\frac{15}{2}$

三、填充(中等)題(每格 5 分，答案請化為最簡形式，共 30 分)

1.	2.	3.	4.
660	$(-3, -1)$	$(-2, 6)$	30
5.	6.		
-2	39		

四、填充(進階)題(每格 4 分，答案請化為最簡形式，共 20 分)

1.	2.	3.	4.	5.
$(100, 30\sqrt{2})$	$16-4\sqrt{2}$	$\frac{11}{3}$ 或 $-\frac{7}{3}$	$\pm 18$	0.4