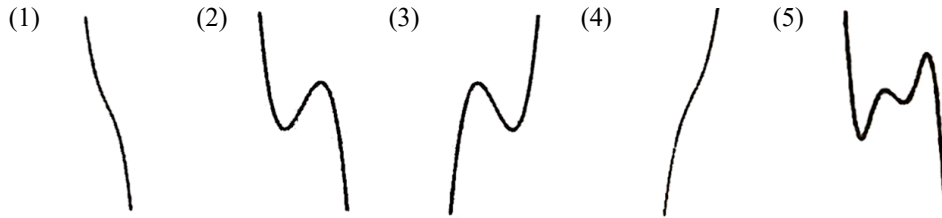
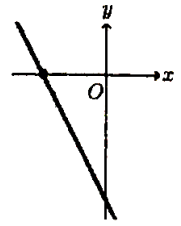


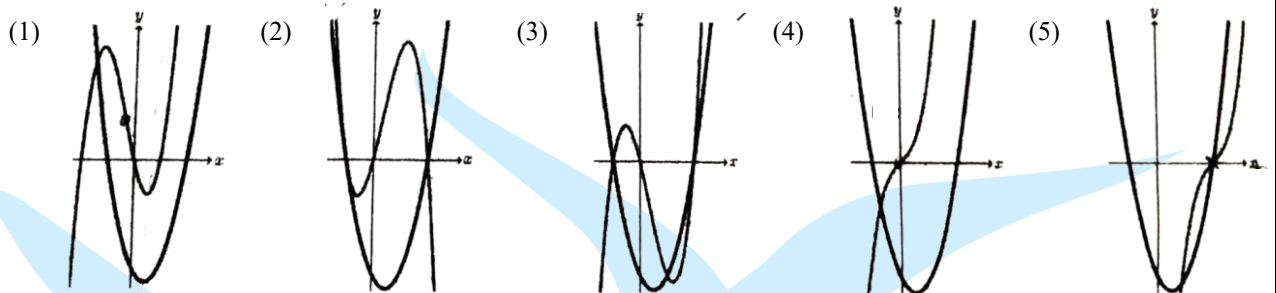
# 鳳新高中 111 學年度 第一學期 第三次段考 高一數學科

## 一、單選題（每題 5 分，共 50 分）

- ( ) 1. 已知直線  $L: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  的圖形如右，試問下列哪個選項中的圖形最接近三次函數  $y = ax^3 + bx$  的圖形？



- ( ) 2. 試問下列哪個選項中的圖形最有可能為二次函數  $f(x) = ax^2 + bx + c$  與三次函數  $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx$  的圖形？



- ( ) 3. 試問滿足不等式  $-x^2 + x + 3 > 0$  的整數  $x$  共有多少個？

(1) 0 個 (2) 3 個 (3) 4 個 (4) 5 個 (5) 無限多個

- ( ) 4. 全校高一學生在校慶跳大會舞的排列方式為第 1 列排 1 人、第 2 列排 3 人、第 3 列排 5 人、...，以此累推（即每一列都比前一列多 2 人）。設  $a_n$  表示前  $n$  列的學生總人數，經觀察發現數列  $\{a_n\}$  滿足遞迴關係式  $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = a_{n-1} + 2n - 1 \end{cases} (n \geq 2)$ ，並由此地迴關係式可求數列  $\{a_n\}$  的前幾項，之後便可猜測其一般項，若要驗證猜測的一般項是否正確，則可利用數學歸納法。試問此數列的一般項  $a_n$  為下列何者？

(1)  $2n - 1$  (2)  $n$  (3)  $2n + 1$  (4)  $n^2$  (5)  $2n^2 - 1$

- ( ) 5. 數學老師在上課介紹一個二次函數  $f(x) = -x^2 + 3x + 1$  時，發現有四位同學正在閉眼思考，於是請他們發表對於此函數的看法。

一洋說： $y = f(x)$  的圖形是開口向上的拋物線

二洋說： $y = f(x)$  圖形的頂點位於第一象限

三洋說： $f(x)$  有最小值  $\frac{13}{4}$

四洋說：當  $x = -\frac{3}{2}$  時， $f(x)$  有最大值

請問在上述四位同學中，共有幾位同學的看法是正確的？

(1) 0 個 (2) 1 個 (3) 2 個 (4) 3 個 (5) 4 個

- ( ) 6. 已知一次函數  $f(x)$  滿足  $f(112) = 221$ ， $f(113) = 223$ 。試問每當  $x$  增加 116 單位時，其相對應的函數值增加或減少多少單位？

(1) 減少 232 單位 (2) 減少 58 單位 (3) 增加 118 單位 (4) 增加 223 單位 (5) 增加 232 單位

- ( ) 7. 光圈的主要用途是控制光線進入相機機身內部的進光量，其透光面積和光圈孔徑的平方成正比。已知宓蜜在掃地時間用來捕捉喬安奔跑鏡頭的相機，其光圈值  $2, 2\sqrt{2}, 4, 4\sqrt{2}, \dots$  構成一個等比數列。試問光圈值 64 出現在該等比數列的第幾項？

(1) 第 8 項 (2) 第 9 項 (3) 第 10 項 (4) 第 11 項 (5) 第 12 項

- ( ) 8. 若對於任意實數  $x$ ， $kx^2 + kx - 1$  的值恆為負數，則整數  $k$  值共有幾個？  
 (1) 1 個 (2) 2 個 (3) 3 個 (4) 4 個 (5) 5 個
- ( ) 9. 已知二次函數  $y = f(x)$  的圖形通過點  $(2, 1)$ ，且與  $x$  軸相切於一點  $(1, 0)$ ，而三次函數  $y = g(x)$  圖形的對稱中心為  $(1, 0)$ ，今將  $y = g(x)$  的圖形經由適當的平移可與三次函數  $y = 3x^3 - 4x$  的圖形完全重疊。試問不等式  $f(x) > g(x)$  的解為下列何者？  
 (1)  $0 < x < 1$  或  $x > \frac{7}{3}$  (2)  $x < 0$  或  $1 < x < \frac{7}{3}$  (3)  $-\frac{1}{3} < x < 1$  或  $x > 2$   
 (4)  $x < -\frac{1}{3}$  或  $1 < x < 2$  (5)  $x < 1$  或  $2 < x < \frac{7}{3}$
- ( ) 10. 已知不等式  $(x-1)(x+2)(x^2+ax+b) < 0$  的解為  $-2 < x < 1$  或  $1 < x < 3$ ，試問不等式  $(x-(a+b))(x-a)^2(x-b)^3 \geq 0$  的解為下列何者？  
 (1)  $x \leq -1$  或  $x \geq 3$  (2)  $-1 < x \leq 3$  或  $x = -4$  (3)  $x \leq -1$  或  $x \geq 4$   
 (4)  $3 \leq x \leq 4$  或  $x = -1$  (5)  $x \leq 1$  或  $x \geq 3$

## 二、多選題（每題 5 分，共 20 分，5-3-1-0）

- ( ) 1. 已知  $y = 2x^2 + 4x$  的圖形往右平移 1 單位，再向下平移  $k$  單位 ( $k > 0$ ) 後，得到函數  $y = f(x)$  的圖形，試問下列哪些選項中的函數可能為  $f(x)$ ？  
 (1)  $x^2 - 2$  (2)  $2x^2 - 5$  (3)  $2x^2 - 1$  (4)  $2x^2 + 4x - 2$  (5)  $2x^2 + 8x + 1$
- ( ) 2. 在使用數學歸納法證明對於所有的正整數  $n$ ， $a_n = 9^n + 3$  恆為 12 的倍數的過程中，經觀察可發現數列  $\{a_n\}$  滿足遞迴關係式  $\begin{cases} a_1 = r \\ a_n = p \times a_{n-1} + q \end{cases} (n \geq 2)$ ，試選出正確的選項。  
 (1)  $r = 3$  (2)  $p$ 、12、15 成等差數列 (3)  $p + q$  為 12 的倍數  
 (4) 對於所有的正整數  $n$ ， $a_n$  的個位數字可能為 2 (5) 對於所有的正整數  $n$ ， $a_n$  的個位數字可能為 6
- ( ) 3. 設三次函數  $f(x) = x^3 + 3x^2 + cx + 7$ ，已知利用立方公式： $(A+B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$  可得  $f(x) = a(x-h)^3 + p(x-h) + 4$ ，試選出正確的選項。  
 (1)  $y = f(x)$  圖形的廣域特徵近似於曲線  $y = x^3$  (2)  $p - c = 3$  (3) 點  $(1, 4)$  是圖形的對稱中心  
 (4) 局部看  $y = f(x)$  在  $x = 0$  附近的圖形會近似於  $y = 5x + 7$   
 (5) 局部看  $y = f(x)$  在  $x = h$  附近的圖形會近似於  $y = 2x + 6$
- ( ) 4. 已知三個非零相異實數  $a$ 、 $b$ 、 $c$  成等差數列，今將  $a$ 、 $b$ 、 $c$  重新排列後得到一個等比數列，試問此等比數列的公比可能為下列哪些選項中的數？  
 (1)  $-2$  (2)  $-1$  (3)  $-\frac{1}{2}$  (4)  $\frac{1}{2}$  (5)  $2$

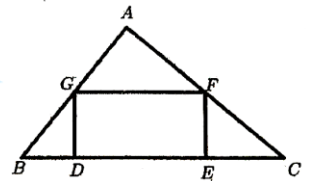
## 三、填充題（每格 5 分，共 30 分）

1. 若三次函數  $y = 112x^3 + 12x + 2$  的圖形對稱於點  $A(a, b)$ ，則數對  $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 則睿在打掃網球場時，用掃把將地上的一顆網球大力擊出。假設此網球的飛行路線為二次函數  $y = -2x^2 + kx$ ，其中  $x$ （單位：秒）為飛行時間， $y$ （單位：公尺）為飛行高度。若此網球從飛出到落地共經  $\frac{5}{2}$  秒，則在飛行的過程中，其最大飛行高度為 \_\_\_\_\_ 公尺。

3. 已知三次函數  $f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx + 10$ ，若點  $(r, s)$  在  $y = f(x)$  的圖形上，則點  $(-r - 2, -s + 4)$  也在  $y = f(x)$  的圖形上。試求  $f(-0.99)$  的近似值為 \_\_\_\_\_。（四捨五入至小數點以下第二位）

4. 如圖，某班外掃區域為  $\triangle ABC$  及其內部，已知  $\overline{BC}$  長為 20 公尺，且底邊  $\overline{BC}$  上的高為 10 公尺。柏睿請同學將所有的落葉集中在矩形  $DEFG$  內，其中  $D$ 、 $E$  為  $\overline{BC}$  上兩點， $F$ 、 $G$  分別位於  $\overline{AC}$  與  $\overline{AB}$  上。設  $\overline{DE} = x$ （公尺），且  $5 \leq x \leq 18$ ，則矩形  $DEFG$  的面積至少為 \_\_\_\_\_ 平方公尺。



5. 有一長方體的底面積為邊長  $x$  公分 ( $x > 0$ ) 的正方形，且長方體的高為  $(5 - 2x)$  公分。設此長方體的體積為  $x$  的三次多項式  $f(x)$ ，已知此長方體的體積至少為 4 立方公分，且  $x - 2$  為多項式  $(f(x) - 4)$  的因式。若由上述所有條件可得  $x$  的最小值為  $\frac{1+\sqrt{k}}{4}$  公分，則  $k =$  \_\_\_\_\_。

6. 已知二次函數  $y = 2x^2 + 3x + k$  的圖形與  $x$  軸交於  $A$ 、 $B$  相異兩點，且頂點為  $V$ 。若直線  $VA$  與直線  $VB$  互相垂直，則實數  $k =$  \_\_\_\_\_。

## 鳳新高中 111 學年度 第一學期 第三次段考 高一數學科

### 一、單選題

1.	2.	3.	4.	5.
(1)	(3)	(3)	(4)	(2)
6.	7.	8.	9.	10.
(5)	(4)	(4)	(2)	(1)

### 二、多選題

1.	2.	3.	4.
(2)	(2)(4)	(1)(4)(5)	(1)(3)

### 三、填充題

1.	2.	3.	4.
$(0, 2)$	$\frac{25}{8}$	2.05	18
5.	6.		
17	$\frac{5}{8}$		