

高雄中學 111 學年度 第一學期 第三次段考 高一數學科

一、是非題（每題 2 分，共 20 分）

甲、設多項式 $f(x)$ ， $\deg f(x) \geq 5$ 。已知 $f(x)$ 除以 $(x+1)^2$ 的餘式為 $(2x-1)$ ； $f(x)$ 除以 $(x-2)^2$ 的餘式為 $(-7x+17)$ 。試問下列各敘述是否正確？

- () 1. $f(x)$ 除以 $(x+1)$ 餘式為 -3
- () 2. $xf(x)$ 除以 $(x+1)$ 餘式為 $-3x$
- () 3. $xf(x)$ 除以 $(x+1)^2$ 餘式為 $(2x-1)$
- () 4. $f(x)$ 除以 $(x+1)(x-2)$ 餘式為 $(2x-1)$
- () 5. $f(x)$ 除以 $(x+1)^2(x-2)$ 餘式為 $(2x-1)$

乙、設 $a < b < c$ 。已知實係數多項式函數 $y = f(x)$ 的圖形為一開口向上的拋物線，且與 x 軸交於 $(a, 0)$ 、 $(b, 0)$ 兩點；實係數多項式函數 $y = g(x)$ 的圖形為一開口向下的拋物線，且與 x 軸交於 $(b, 0)$ 、 $(c, 0)$ 兩點。試問下列各選項之圖形是否可能為函數 $y = f(x) + g(x)$ 的圖形？

- () 6. 水平直線
- () 7. 和 x 軸僅交於一點的直線
- () 8. 和 x 軸無交點的拋物線
- () 9. 和 x 軸僅交於一點的拋物線
- () 10. 和 x 軸交於兩點的拋物線

二、填充題（每格 8 分，共 72 分）

1. 試求二次函數 $f(x) = -4x^2 + 6x + 3$ 圖形的頂點坐標為 _____。
2. 試將多項式 $f(x) = (x-2)^4 + 6(x-2)^3 + 4(x-2)^2 - 7(x-2) + 8$ 乘開後以 x 之降冪排列表示 $f(x)$ 。
_____。
3. 多項式 $(x-1)(10x^9 + 9x^8 + \cdots + 2x + 1)(x^9 + 2x^8 + 3x^7 + \cdots + 9x + 10)$ ，其 x^{10} 項係數為 _____。

4. 已知三次函數 $f(x)$ 圖形，在廣域下看的圖形近似於 $2x^3$ ，在其對稱中心處之一次近似於直線 $y = 5x - 7$ ，且過點 $(1, 14)$ ，試求三次函數 $f(x)$ 圖形的對稱中心為 _____。
5. 設 $a < 0$ ，若實係數二次函數 $f(x) = ax^2 + 4ax + b$ 在區間 $-3 \leq x \leq 1$ 上的最大值為 13，最小值為 -5 ，試求數對 $(a, b) =$ _____。
6. 設 $a, b, c, d \in R$ ，多項式 $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + 5$ 。若已知 $f(2) = f(3) = f(4) = f(5) = 0$ ，試求 $a + b + c + d =$ _____。
7. 若實係數二次函數 $f(x)$ 滿足 $f(2020) = 5$ ， $f(2021) = 4$ ， $f(2022) = 7$ ，試求 $f(2023) =$ _____。
8. 設 $f(x) = \frac{(x+1)(x+2)}{(x-2)(x-3)}$ ，試求不等式 $f(x^2 - 2x) \leq 0$ 的解為 _____。
9. 設 $a, b, c, d, e \in R$ ，多項式 $x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 4x + 7 = (x^2 + x + 1)(x + 2)(ax + b) + (x + 2)(cx + d) + e$ ，試求數對 $(a, b, c, d, e) =$ _____。

三、計算題（共 8 分）

1. 設多項式函數 $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 1$ ，

(1) 試在平面直角坐標系上，描繪 $f(x)$ 的函數圖形。（需標註對稱中心的坐標）（4 分）

(2) 試解方程式 $f(x) = 5$ 。（2 分）

(3) 已知方程式 $f(x) = 0$ 有一負實根，試求此實根介於哪二連續整數之間。（2 分）



高雄中學 111 學年度 第一學期 第三次段考 高一數學科

一、是非題

1.	2.	3.	4.	5.
○	×	×	○	○
6.	7.	8.	9.	10.
×	○	×	×	○

二、填充題

1.	2.	3.	4.
$\left(\frac{3}{4}, \frac{21}{4}\right)$	$x^4 - 2x^3 - 8x^2 + 17x + 6$	55	$(-1, -12)$
5.	6.	7.	8.
$(-2, 5)$	-4	14	$-1 < x < 1 - \sqrt{3}$ or $1 + \sqrt{3} < x < 3$ or $x = 1$
9.			
$(1, 2, -11, 18, -33)$			

三、計算題

1.	2.	3.
圖略 對稱中心 $(-1, 5)$	$x = -1$ or $-1 \pm \sqrt{5}$	-4 與 -3 之間