

高雄女中 111 學年度 第一學期 第三次段考 高一數學科

一、是非題（每題 2 分，共 10 分）

- () 1. 一次函數與三次函數的圖形必定有交點。
- () 2. 若函數 $f(x)$ 的次數大於 0 次且最高次項係數為正，則其圖形最右方是上升的。
- () 3. 設 $f(x) = (x+1)(x^2-2) + 3x - 1$ ，則多項式 $f(x)$ 分別除以 $x+1$ 及 x^2-2 得到的餘式皆為 $3x-1$ 。
- () 4. 將函數 $f(x) = x^3 - 3x + 5$ 的圖形平移後，可與函數 $f(x) = x^3 + x - 1$ 的圖形重合。
- () 5. 不等式 $(x-1)^2(x-2) < (x-1)(x-2)(x+2)$ 與 $x-1 < x+2$ 的解相同。

二、多選題（每題 5 分，共 20 分，5-3-1-0）

- () 1. 下列選項中，哪些為多項式 $f(x) = 6x^3 - 7x^2 - x + 2$ 的因式？
 (A) 3 (B) $x+1$ (C) $2x+1$ (D) $3x^2-5x+2$ (E) $18x^3-21x^2-3x+6$
- () 2. 若多項式 $f(x)$ 除以 x^2-3x+2 的餘式為 $x-1$ ，則下列選項哪些正確？
 (A) $xf(x)$ 除以 x^2-3x+2 的餘式為 $2(x-1)$ (B) $f(x)$ 除以 $3(x^2-3x+2)$ 的餘式為 $3(x-1)$
 (C) 多項式 $f(x)$ 的次數大於 3 次 (D) $f(x)$ 除以 $x-2$ 餘式為 1 (E) $f(x)$ 可被 $x-1$ 整除
- () 3. 設多項式 $f(x)$ 除以非零多項式 $g(x)$ 的商式為 $q(x)$ ，餘式為 $r(x)$ 。已知 $f(x) \cdot g(x)$ 次數為 8， $q(x)$ 的次數為 2，則 $r(x)$ 的次數可能為下列哪些選項？
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
- () 4. 試問下列哪些實數 k ，可使不等式 $x(x-1) \leq 0$ 與 $x(x-1)^3(x^2-kx+k^2-3) \leq 0$ 的解相同？
 (A) -3 (B) -2 (C) 0 (D) 2 (E) 4

三、填充題（每格 5 分，共 70 分）

1. 設兩個二次多項式 $f(x) = 3x^2 - x + 3$ ， $g(x) = ax^2 + bx + c$ ，若 $f(x) + g(x) = 5$ ，求 $a + b + c =$ _____。
2. 若一次函數 $f(x) = mx + b$ 滿足 $\frac{f(\sqrt{2}) - f(1)}{\sqrt{2} - 1} = 4$ ，且 $y = f(x)$ 通過 $(2, -6)$ ，求 $f(4) =$ _____。
3. 若二次函數 $y = f(x)$ 的圖形通過 $A(1, 4)$ 、 $B(2, 10)$ 、 $C(5, 4)$ 三點，求 $f(0) =$ _____。

4. 若 $13^6 - 17 \cdot 13^5 + 49 \cdot 13^4 + 40 \cdot 13^3 - 15 \cdot 13^2 + 28 \cdot 13 + k = 66$ ，求實數 $k =$ _____。

5. 設多項式 $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 9x - 3$

(1) 若 $f(x) = a(x-2)^3 + b(x-2)^2 + c(x-2) + d$ ，求 $b =$ _____。

(2) 函數 $y = f(x)$ 圖形的對稱中心為 _____。

6. 若函數 $y = x^2 - 2x + k$ 與 $y = 4$ 的圖形交於 A 、 B 兩點，且 $\overline{AB} = 6$ ，求實數 $k =$ _____。

7. 不等式 $(x-1)^3(x+2)^5(x^2+2x-3)(x^2+2x+3) \leq 0$ 的解為 _____。

8. 設 $f(x)$ 為二次多項式，已知 $(x^2 - x - 2)f(x)$ 除以 $x^3 - 2$ 的餘式為 $-3x - 12$ ，求 $f(3) =$ _____。

9. 三次多項式 $f(x) = a(x-1)(x-2)(x-3) + b(x-1)(x-3)x + c(x+1)(x+2)x$ ，已知 $f(x)$ 的首項係數為 2，各項係數和為 -6，且 $f(x)$ 除以 x 的餘式為 6，求 $f(-2) =$ _____。

10. 設三次函數 $y = f(x)$ 圖形的對稱中心為 $(1, 2)$ ，且在 $x = 0$ 附近的一次近似為 $y = 3x - 5$ ，求 $f(x) =$ _____。

11. 若函數 $f(x + 2) = 2x^3 - 3x^2 - 7x + 5$ ，求 $f(1.99)$ 的近似值到小數點以下第二位（第三位四捨五入）為 _____。

12. 對任意實數 k ，二次函數 $y = kx^2 - (k - 2)x - a$ 的圖形與 x 軸恆交於相異兩點，求實數 a 的範圍為 _____。

13. 設三次不等式 $f(x) > 0$ 的解為 $-1 < x < 2$ 或 $x > 2$ ，且函數 $y = f(x)$ 圖形的廣域特徵近似於 $y = 2x^3$ ，若 $1 \leq x \leq 4$ 時，函數 $y = f(x)$ 有最大值 M 及最小值 m ，求數對 $(M, m) =$ _____。

高雄女中 111 學年度 第一學期 第三次段考 高一數學科

一、是非題

| | | | | |
|----|----|----|----|----|
| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. |
| ○ | ○ | × | × | × |

二、多選題

| | | | |
|--------------|-----------|-----------|-----------|
| 1. | 2. | 3. | 4. |
| (A)(C)(D)(E) | (A)(D)(E) | (A)(B)(C) | (A)(D)(E) |

三、填充題

| | | | |
|-------------|---------|--------------------------|---------------------------------------|
| 1. | 2. | 3. | 4. |
| 0 | 2 | -6 | 40 |
| 5.(1) | 5.(2) | 6. | 7. |
| 6 | (1, 2) | -4 | $-3 \leq x \leq -2 \text{ or } x = 1$ |
| 8. | 9. | 10. | 11. |
| 26 | -60 | $-2(x-1)^3 + 9(x-1) + 2$ | 5.07 |
| 12. | 13. | | |
| $0 < a < 2$ | (40, 0) | | |