

岡山高中 111 學年度 第一學期 第三次段考 高一數學科

一、多選題（每題 5 分，共 10 分，5-3-0）

() 1. 下列敘述哪些是正確的？

- (A) $(2x - 1)$ 是 $(2x^3 - 5x + 1)$ 的因式
- (B) $f(x) = 2023x^{112} - 1911x + 1$ 除以 $(x - 1)$ 的餘式為 112
- (C) 已知一次函數 $f(x)$ 滿足 $f(1) = 2$ 及 $f(3) = 4$ ，則 $f(5) = 8$
- (D) 已知二次函數 $f(x)$ 滿足 $f(1) = 1$ 及 $f(3) = 3$ ，則 $f(5) = 5$
- (E) $y = x^3$ 的圖形可經由適當的平移與 $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 3$ 的圖形完全重疊

() 2. 已知一次函數 $f(x) = ax + bc$ ，二次函數 $g(x) = ax^2 + bx + c$ ，三次函數 $h(x) = a(x - 1)^3 + b(x - 1) + c$ ，若 $y = f(x)$ 的圖形是一條「斜率為正、 y 截距為負」的直線，且 $g(1) = 2$ ， $g(-1) < 0$ ，則下列選項哪些是正確的？

- (A) 二次函數 $y = g(x)$ 的圖形與 x 軸不相交
- (B) 三次函數 $y = h(x)$ 的圖形隨著 x 值愈大， y 值也愈大
- (C) 在 $-1 \leq x \leq 1$ 的範圍內，二次函數 $g(x)$ 有最大值 2
- (D) 三次函數 $y = h(x)$ 的圖形通過點 $(0, 2c - 2)$
- (E) 一次函數 $y = f(x)$ 的圖形不通過第二象限

二、填充題（每格 5 分，共 80 分）

1. 已知 $f(x) = 3x^5 - 19x^4 - 12x^3 - 17x^2 + 20x + 5$ ，求 $f(7)$ 的值為 _____。

2. 已知 $(x^2 + 2x - 2)$ 能整除 $(x^4 - x^3 + ax^2 + 16x + b)$ ，求數對 $(a, b) =$ _____。

3. 已知三次多項式 $f(x)$ 滿足 $f(1) = f(3) = 0$ ， $f(2) = 5$ ， $f(0) = 3$ ，

(1) 求 $f(-1)$ 的值 = _____。 (2) 解三次不等式 $f(x) \leq 0$ 。 _____。

4. 將三次函數 $y = f(x) = ax^3 - 12x^2 + 19x - 10$ 的圖形平移，使其對稱中心平移至點 $(-1, 1)$ ，設平移後得到的三次函數為 $y = g(x) = 2x^3 + bx^2 + cx + d$ 。
- (1) 求三次函數 $y = f(x)$ 圖形的對稱中心坐標 = _____。
- (2) 三次函數 $y = f(x)$ 的圖形在 $x = 1$ 附近的局部特徵近似於哪條直線。_____。(請以 $y = mx + n$ 的形式表達)
- (3) 求 $f(1.001)$ 的近似值到小數點以下第三位為 _____。(第四位四捨五入)。
- (4) 求 $b + c + d =$ _____。

5. 已知多項式 $f(x)$ 除以 $(x + 2)^2$ 餘式為 $(2x - 1)$ ； $f(x)$ 除以 $(x - 1)$ 的餘式為 4 ，求 $f(x)$ 除以 $(x^2 + x - 2)$ 的餘式為 _____。

6. 以之二次函數 $f(x) = ax^2 - 2ax + b$ 在區間 $[0, 3]$ 上最大值為 3 ，最小值為 -1 ；在區間 $[2, 4]$ 上的最大值為 2 ，最小值為 -6 ，求數對 $(a, b) =$ _____。

7. 已知對任意實數 x ， $(k - 1)x^2 - x + (k + 1)$ 的值恆為正數，求實數 k 的範圍為 _____。

8. 將二次函數 $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ 的圖形往左平移 2 單位，再向上平移 5 單位後，恰與 $y = g(x)$ 的圖形重合；且不等式 $g(x) \geq 0$ 的解範圍是 $-2 \leq x \leq 3$ ，試求：

(1) 二次函數 $f(x)$ 的對稱軸方程式為 _____ 。 (2) $c =$ _____ 。

9. 解下列不等式：

(1) $(x-1)^2(2-x)(x-3)(x^2+2x+2) \leq 0$

(2) $x^2 + 2x + 1 \leq 0$

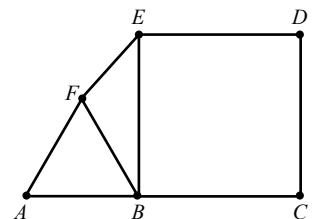
(3) $2x - 1 > 3 - 5x$

四、混合題（共 10 分）

1. 如下圖所示，已知線段長 $\overline{AC} = 12$ 公分且 B 點在線段 \overline{AC} 上。以線段 \overline{AB} 、 \overline{BC} 分別作出「正三角形 $\triangle ABF$ 」及「正方形 $BCDE$ 」，假設線段長 $\overline{AB} = x$ 公分，回答下列問題：

- (1) 已知三角形 $\triangle BEF$ 的面積為 x 的二次函數 $f(x)$ ，求 $f(x)$ 。（3 分）
 (2) 承(1)，當 x 的值為多少時，三角形 $\triangle BEF$ 的面積有最大值？又此最大值為何？（7 分）

【參考公式】三角形 $\triangle ABC$ 的邊長 $\overline{AB} = m$ 、 $\overline{AC} = n$ ，且角度 $\angle A = 30^\circ$ ，則三角形 $\triangle ABC$ 的面積為 $\frac{mn}{4}$



岡山高中 111 學年度 第一學期 第三次段考 高一數學科

一、多選題

1.	2.
(D)(E)	(B)(C)(D)(E)

二、填充題

1.	2.	3.(1)	3.(2)
-2	$(-3, -10)$	32	$x \geq 3 \text{ or } \frac{1}{3} \leq x \leq 1$
4.(1)	4.(2)	4.(3)	4.(4)
$(2, -4)$	$y = x - 2$	-0.999	-5
5.	6.	7.	8.(1)
$-3x + 7$	$(-1, 2)$	$k > \frac{\sqrt{5}}{2}$	$x = \frac{5}{2}$
8.(2)	9.(1)	9.(2)	9.(3)
	$1 \leq x \leq 2 \text{ or } x = 3$	$x = -1$	$x > \frac{4}{7}$

四、計算題

1.(1)	1.(2)
$-\frac{1}{4}x^2 + 3x$	$x = 6, \text{Max} = 9$