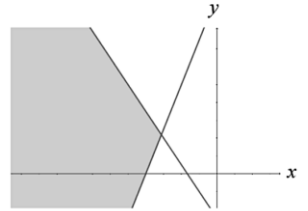


台南女中 111 學年度 第一學期 第三次段考 高一數學科

一、單選題（每題 6 分，共 36 分）

- () 1. 已知坐標平面上有三點 $A(-1, 3)$ ， $B(0, 4)$ ， $C(k, 6)$ ，其中 k 為實數，若 A, B, C 三點共線，則 k 值為
 (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5
- () 2. 已知兩條平行線方程式分別為 $x - y + 1 = 0$ 與 $x - y + 3 = 0$ ，則兩平行線之間的距離為
 (1) 1 (2) 2 (3) $\sqrt{2}$ (4) $2\sqrt{2}$ (5) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- () 3. 如右圖，聯立不等式 $\begin{cases} ax + by + c \leq 0 \\ 3x + 2y + d \leq 0 \end{cases}$ 的圖形為有色區域，則 a, b, c, d 四數中有多少個負數？
 (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 0
- () 4. 坐標平面上，已知點 $A(-2, 2)$ 與點 $B(2, 5)$ ，若 \overline{AB} 與直線 $L: y = mx - m - 4$ 的相交，則滿足此條件之 m 的最大範圍為下列那一個選項？
 (1) $-2 < m < 9$ (2) $-2 \leq m \leq 9$ (3) $m < -2$ 或 $m > 9$
 (4) $m \leq -2$ 或 $m \geq 9$ (5) $m < -2$
- () 5. 已知坐標平面上有一點 $(4, 3)$ 在圓 $x^2 + y^2 + 2x + 4y + k = 0$ 的外部，其中 k 為實數，則滿足此條件之 k 的最大範圍為下列那一個選項？
 (1) $-3 < k$ (2) $-45 < k$ (3) $-3 < k < 5$ (4) $-3 > k$ 或 $k > 5$ (5) $-45 < k < 5$
- () 6. 已知圓 $C: (x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 25$ 與一直線 $L: x - y + 4 = 0$ ，則圓 C 上有多少個點到直線 L 距離等於 3？
 (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 0



二、多選題（每題 6 分，共 12 分，6-4-2-0）

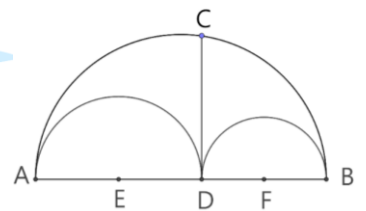
- () 1. 在坐標平面上有一點 $P(3, 4)$ 與一直線 L ，試問下列哪些選項是正確的？
 (1) 若直線 L 通過 P 點，且斜率 $m < 0$ ，則原點 $(0, 0)$ 滿足不等式 $mx - y - 3m + 4 > 0$
 (2) 若直線 L 通過 P 點且原點 $(0, 0)$ 不在直線 L 上，則原點 $(0, 0)$ 到直線 L 的距離最小值為 5
 (3) 若 P 點到直線 L 的距離等於原點 $(0, 0)$ 到直線 L 的距離，則滿足此條件的直線 L 恰有一條
 (4) 若直線 L 通過 P 點且 x 截距為 a 、 y 截距為 b ，當 $|a| + |b|$ 有最小值時，直線 L 方程式為 $3x - 4y + 7 = 0$
 (5) 若直線 L 、 x 軸與 y 軸三條直線可圍成直角三角形，則恰有 4 個圓可同時與直線 L 、 x 軸、 y 軸均相切
- () 2. 在坐標平面上，有一圓 $C: x^2 + y^2 + 6x - 8y + 12 = 0$ 與一直線 $L: y = m(x + 6) - 1$ ，其中 m 為實數。試問下列哪些選項是正確的？
 (1) 直線 L 可為平面上通過點 $(-6, -1)$ 的任意直線
 (2) 若直線 L 與圓 C 不相交，則圓 C 的圓心到直線 L 的距離之最小值為 $\sqrt{34}$
 (3) 若直線 L 與圓 C 相切時，則切點到點 $(-6, -1)$ 的距離為 $\sqrt{21}$
 (4) 若 $m = 1$ 且直線 L 與圓 C 交於兩相異點 A, B ，則 $\overline{AB} = 2\sqrt{11}$
 (5) 若直線 L 與圓 C 交於兩相異點，且兩點位於不同的象限，則滿足此條件的 m 最大範圍為 $\frac{1}{2} < m < \frac{7}{6}$

三、填充題（每格 6 分，共 30 分）

1. 在坐標平面上，將直線 $L: 5x + 4y + 8 = 0$ 的圖形往下平移 4 單位，再往左平移 3 單位，所得的直線方程式為 $5x + 4y + k = 0$ ，則 $k =$ _____。

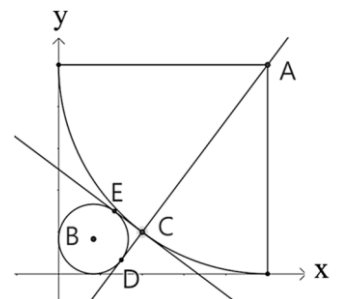
2. 在坐標平面上，設點 $P(x, y)$ 為直線 $L: 5x + 12y + 8 = 0$ 上的任意點，則 $\sqrt{(x-4)^2 + (y-2)^2}$ 的最小值為 _____。

3. 如右圖，以 \overline{AB} 為直徑作一半圓 C_1 。分別以 E 、 F 為圓心， \overline{ED} 與 \overline{DF} 為半徑作兩個半圓 C_2 與 C_3 ；同時，半圓 C_2 與半圓 C_1 相切於 A 點，半圓 C_3 與半圓 C_1 相切於 B 點。已知 C 點在半圓 C_1 的一點，且 \overline{CD} 垂直 \overline{AB} 。若 $\overline{ED} = 4$ ， $\overline{CD} = 4\sqrt{3}$ ，則 $\overline{AB} =$ _____。



4. 如右圖在坐標平面上，以點 $A(10, 10)$ 為圓心，半徑為 10 做一圓弧；以點 $B(\frac{5}{3}, \frac{5}{3})$ 為圓心，半徑為 $\frac{5}{3}$ 作一小圓。已知過 A 點作一直線，與圓弧交於 C 點，與小圓相切於 D 點。再過 C 點作一直線，垂直直線 \overrightarrow{AD} 且與小圓相切於 E 點。則：

- (1) 直線 $\overrightarrow{CE} =$ _____。 (2) C 點坐標為 _____。



四、計算題（共 22 分）

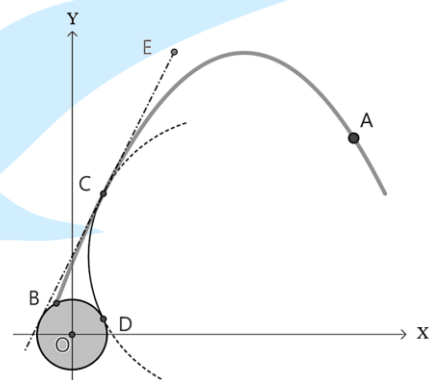
1. 根據新聞報導，NASA（美國太空總署）保衛地球的實驗性計畫「飛鏢（DART）」試驗，飛行器於台灣時間 2022 年 9 月 27 日撞擊目標小行星「迪莫弗斯」（Dimorphos），NASA 宣布成功改變小行星軌道，為人類有史以來第一次改變了行星天體的軌道。這項技術稱為『動力撞擊器技術』（kinetic impactor technique），可能被用於防備日後可能有小行星飛來的時候。這是一個非常簡單的想法：你把飛行器飛進你所擔心的軌道上，然後你用飛行器的體積和速度來稍微改變物體的軌道，以足夠讓它躲開地球，而不是撞上地球。

假設下圖為某一次模擬隕石撞擊地球的情況。在坐標平面上，地球為一圓 $x^2 + y^2 = 5$ 的內部（包含圓上的點），點 A 為預計會撞擊地球的隕石，已經計算出此隕石的軌跡為二次多項式函數 $f(x) = -\frac{1}{9}(x^2 - 22x - 41)$ ，如果按照軌跡運行，最終會撞上地球於點 $B(-1, 2)$ ；如果發射飛行器於點 $C(2, 9)$ 處與隕石撞擊，會使隕石改變軌跡為一圓弧 CD 與地球於點 $D(2, 1)$ 相撞（相切），然而飛行器在隕石位於 C 點之前處撞擊的話，就可以避免此次危機！根據模擬的結果，直線 \overline{CE} 是 $y = f(x)$ 的切線（ $x = 2$ 時的一次近似），直線 \overline{CE} 也是圓弧 CD 的在 C 點的切線。

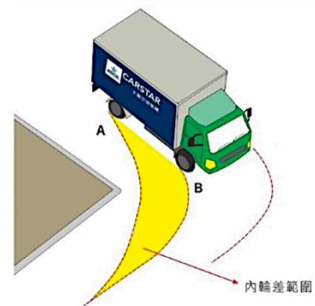
- (1) 試問直線 \overline{CE} 的斜率為下列何者？_____。（單選題，5 分）

(1) 1 (2) $\frac{4}{3}$ (3) $\frac{16}{9}$ (4) 2 (5) $\frac{8}{3}$

- (2) 若 CD 是以 F 點為圓心， \overline{CF} 為半徑的圓弧，則圓心 F 點坐標為_____，半徑 $\overline{CF} =$ _____。（每格 3 分）



2. 台灣現行機車駕照考試中，有融入「內輪差」的情境題。其中所謂「內輪差」是指大型車在轉彎時，內側前輪劃出的圓半徑會比較大，後輪劃出的圓半徑會比較小，這前後輪間的差距稱作內輪差，大型車轉彎時會產生內輪差，視野也會有死角，且煞車距離長，其他用路人常常有錯覺認為大車駕駛人應該會看得到自己，而沒有警覺，一旦闖入車輛的視覺死角，便容易發生交通事故，往往造成重大傷亡。右圖中，A 為右後輪的軌跡，B 為右前輪的軌跡，前後輪軌跡形成的區域為內輪差的區域。

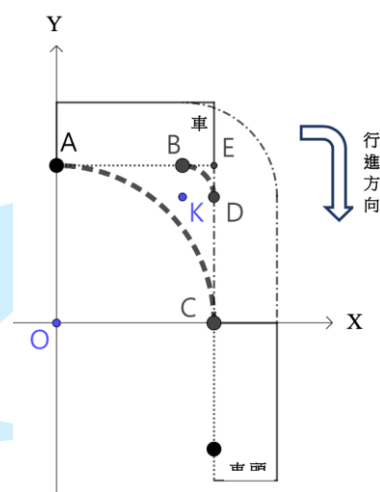


右下图為大型車轉彎時移動軌跡的平面圖，圖中矩形表示為大型車輛，A 點與 B 點分別為開始轉彎時的右後輪與右前輪所在位置。若圓弧 AC 為大型車右後輪轉彎的軌跡，圓弧 BD 為大型車右前輪轉彎的軌跡，已知大型車車身長 5 公尺 ($\overline{AE} = 5$)，且前後輪距離 4 公尺 ($\overline{AB} = 4$)。若 $O(0,0)$ 為圓弧 AC 的圓心，直線 \overline{OC} 、 \overline{OA} 分別為 x 軸與 y 軸，C、A、K 三點坐標分別為 $C(5,0)$ 、 $A(0,5)$ 、 $K(4,4)$ ，且 K 點為圓弧 BD 的圓心。

- (1) 試問下列哪一個坐標沒有在內輪差的區域裡？_____。(單選題，5 分)

- (1) $(4,4)$ (2) $(4,3)$ (3) $(3\sqrt{2},3)$
 (4) $(2\sqrt{3},2\sqrt{3})$ (5) $(\frac{9}{2},\frac{9}{2})$ [$\sqrt{2} \approx 1.414$ 、 $\sqrt{3} \approx 1.732$]

- (2) 假設大型車在轉彎的過程當中，前後輪的距離不會改變（即相距 4 公尺），則當右前輪位於 D 點時，試問右後輪位於圓弧 AC 上的坐標為_____。(6 分)



台南女中 111 學年度 第一學期 第三次段考 高一數學科

一、單選題

1.	2.	3.	4.	5.
(2)	(3)	(1)	(4)	(5)
6.				
(4)				

二、多選題

1.	2.
(1)(5)	(3)(4)(5)

三、填充題

1.	2.	3.	4.(1)
39	4	14	$3x + 4x = 20$
4.(2)			
(4, 2)			

四、計算題

1.(1)	1.(2)	2.(1)	2.(2)
4	$(10, 5); 4\sqrt{5}$	4	$(\frac{45}{41}, \frac{200}{41})$