

台南二中 111 學年度 第一學期 第三次段考 高一數學科

一、多選題（每題 6 分，共 18 分，6-4-2-0）

- () 1. 在坐標平面上，一道光線通過點 $A(6, 7)$ 後，射向直線 $L: 4x + 3y = 20$ 上一點 $P(5, 0)$ ，碰到直線 L 後，假設光線依光學原理（入射角等於反射角）反射，試問反射後的光線會通過下列那些點？
- (A) $(-2, 1)$ (B) $(12, -1)$ (C) $(87, -12)$
 (D) $(1265, -180)$ (E) $(2023, -288)$
- () 2. 設 $\Gamma: x^2 + y^2 - 10x + 9 = 0$ 為坐標平面上的圓，試問下列那些選項是正確的？
- (A) Γ 的圓心坐標為 $(10, 0)$
 (B) Γ 上的點與直線 $L_1: 3x + 4y - 15 = 0$ 的最遠距離等於 4
 (C) 直線 $L_2: 3x + 4y + 15 = 0$ 與 Γ 相切
 (D) Γ 上恰有兩個點與直線 $L_3: 3x + 4y = 0$ 的距離等於 2
 (E) Γ 上恰有四個點與直線 $L_4: 3x + 4y - 5 = 0$ 的距離等於 2
- () 3. 設等差數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_{12} = 88$ ， $a_{88} = 12$ ，請選出下列正確的選項？
- (A) $a_1 = 99$ (B) $a_{100} = 0$ (C) $a_{150} > 0$
 (D) $a_{33} + a_{67} = 0$ (E) $a_{50} + a_{150} = 0$

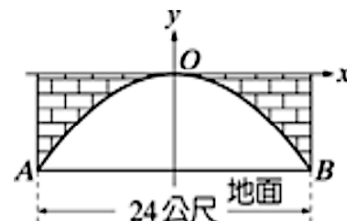
三、填充題（每格 6 分，共 72 分）

1. 已知直線 L 垂直於直線 $3x + 4y = 1$ ，且被兩坐標軸截出的線段長為 15，則直線 L 方程式為_____。
 （有兩解）
2. 試求點 $A(-3, 1)$ 到直線 $L: x - 2y = 4$ 的垂足坐標為_____。
3. 直線 $L: y = mx$ 且 $A(1, 4)$ ， $B(3, 1)$ ，若直線 L 與線段 \overline{AB} 不相交，試求斜率 m 的範圍為_____。

4. 設 x, y 為整數，則滿足聯立不等式 $\begin{cases} 3x + 2y - 6 \leq 0 \\ x - 2y \geq 0 \\ y + 2 \geq 0 \end{cases}$ 的格子點 (x, y) 有 _____ 個。
5. 若點 $A(-3, 0)$ 與 $B(1, 3)$ 位於直線 $L: y = mx + m - 2$ 的異側 (A, B 均不得在 L 上)，則實數 m 的範圍為 _____。
6. a 為一實數，且方程式 $x^2 + y^2 + 2(a + 1)x - 2ay + 3a^2 - 7 = 0$ 圖形為一圓，求此圓的面積最大值為 _____。
7. 求由 $L_1: x - y - 3 = 0$ ， $L_2: x - 3y - 1 = 0$ ， $L_3: y + 1 = 0$ 所圍成三角形的外接圓方程式為 _____。
8. x, y 為實數且 $x^2 + y^2 - 10x + 9 = 0$ ，則 $(x + 3)^2 + (y - 2)^2$ 的最小值為 _____。
9. 已知點 $A(1, 4)$ 與圓 $C: x^2 + y^2 + 6x + 2y - 6 = 0$ ，試求過點 A 與圓 C 相切之切線方程式為 _____。

10. 一圓 I 通過 $A(8,0)$ 與 $B(5,3)$ 兩點，且圓心在直線 $x+2y=2$ 上，求此圓 I 方程式為_____。

11. 如下圖，有一拱門其邊界線呈圓弧形，從地面到拱門最高點之距離為 8 公尺，拱門地面 \overline{AB} 為 24 公尺，則離地面 6 公尺高的拱門寬度為_____公尺。



12. 用黑、白兩種顏色的三角形地磚，依照如下的規律拼成若干圖形，設第 n 個圖形需用到 a_n 塊白色地磚，試求 $a_{30} =$ _____。



四、計算題（共 10 分）

1. 「星語桌遊」是時下年輕人很喜歡的遊戲，「星語桌遊」的三種遊戲玩法，從利用策略、思考步驟，分別計算路徑最短、兩直線交點、點對直線的投影，層次從幾何，邁向解析幾何，進而高觀點幾何，題目從易而中而難，目的是釐清學習者的思維脈絡。

(1) 「星語桌遊」的第一種玩法是從家家 O 出發，過程必須摘取三個星星 (A, B, C) 後，不考慮順序，路徑最短者獲勝，經過測量 $\overline{OA} = 3.16$ ， $\overline{OB} = 4.47$ ， $\overline{OC} = 3.61$ ， $\overline{AB} = 5.10$ ， $\overline{AC} = 6.40$ ， $\overline{BC} = 4.12$ ，試問何者路徑獲勝？_____。(單選)(3分)

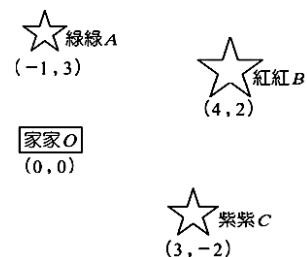
- (A) $O-A-B-C$ (B) $O-A-C-B$ (C) $O-B-A-C$
(D) $O-B-C-A$ (E) $O-C-A-B$ (F) $O-C-B-A$



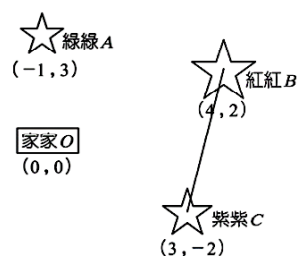
家家 O



- (2) 「星語桌遊」的第二種玩法是先將家家 O 、綠綠 A 、紅紅 B 、紫紫 C 坐標化，若 G 為 $\triangle ABC$ 的重心的位置，星星王子的手諭「傳說珠寶位置在直線 OG 且直線 $x = 1$ 的交點上。」小蘭很想獲得珠寶，試求珠寶坐標為 _____。(3 分)



- (3) 「星語桌遊」的第三種玩法是找出望遠鏡 D ，根據 星星王子的最新手諭「望遠鏡 D 位置就是家家 O 投影到直線 BC 的投影點。」小蘭想獲得望遠鏡以利天文觀察，試求望遠鏡坐標為 _____。(4 分)



台南二中 111 學年度 第一學期 第三次段考 高一數學科

一、多選題

1.	2.	3.
(B)(D)	(B)(D)	(A)(B)(E)

二、填充題

1.	2.	3.	4.
$4x - 3y = \pm 36$	$\left(-\frac{6}{5}, -\frac{13}{5}\right)$	$m > 4$ 或 $m < \frac{1}{3}$	16
5.	6.	7.	8.
$m < -1$ 或 $m > \frac{5}{2}$	9π	$x^2 + (y - 3)^2 = 20$	$84 - 16\sqrt{17}$
9.	10.	11.	12.
$9x - 40y + 151 = 0$ 或 $x - 1 = 0$	$(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 17$	$8\sqrt{3}$	1395

三、計算題

1.(1)	1.(2)	1.(3)
(A)	$\left(1, \frac{1}{2}\right)$	$\left(\frac{56}{17}, -\frac{14}{17}\right)$