

台南一中 111 學年度 第一學期 第三次段考 高一數學科

一、單選題 (每題 4 分, 共 12 分)

- () 1. 設 $f(x) = ax^3 + bx^2 + (c + 2)x + 2$, $g(x) = (b + 1)x^3 + (c + 1)x^2 + 3x + 2$, 若 $f(x) = g(x)$, 則下列何者正確?
(1) $a = 2$ (2) $a = 1$ (3) $b = 3$ (4) $c = 2$ (5) $a + b = 5$
- () 2. 多項式 $4(x^2 + 1) + (x + 1)^2(x - 3) + (x - 1)^3$ 等於下列哪一個選項?
(1) $x(x + 1)^2$ (2) $2x(x - 1)^2$ (3) $x(x - 1)(x + 1)$ (D) $2(x - 1)^2(x + 1)$ (E) $2x(x - 1)(x + 1)$
- () 3. 下列哪一個函數圖形經過平移之後, 可以和 $f(x) = x^3 - 3x$ 重合?
(1) $f(x) = x^3$ (2) $f(x) = x^3 + 3x$ (3) $f(x) = -x^3 + 3x$
(4) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 3$ (5) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$

二、多選題 (每題 6 分, 共 12 分, 6-4-2-0)

- () 1. 下列哪一個函數圖形當 $x > 0$ 時, 恆在 x 軸上方?
(1) $y = x^2 + 4x + 5$ (2) $y = x^2 - 6x + 9$ (3) $y = -x^2 + x - 1$
(4) $y = -x^2 + x + 10000$ (5) $y = 2023x^2 + 2022x - 3$
- () 2. 設二次函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 滿足 $f(4 - x) = f(x)$, 且 $f(x)$ 的最大值為 2, 則下列選項哪些是正確的?
(1) $a < 0$ (2) $4a + b > 0$ (3) $c - 4a > 0$ (d) $b > 0$ (5) $c < 2$

三、填充題 (每格 6 分, 共 66 分)

1. 設多項式 $(x^2 - x + 1)^3 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 + a_6x^6$, 其中 a_0, a_1, \dots, a_6 為常數, 則 $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 =$ _____。
2. 已知 a, b, c 為實數, 多項式 $x^3 + ax^2 + bx + c$ 同時可被 $x^2 + x$ 與 $x^2 + 5x + 4$ 整除, 則 $a + b + 2023c =$ _____。
3. 設 $f(x) = 2x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 6x + 7$, 求 $f\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right) =$ _____。

4. 設 $f(x) = (x-3)^2 + (x-2)^2 + (x-1)^2 + (x+4)^2 + (x+5)^2$ ，其中 x 為實數，則 $f(x)$ 的最小值為 _____。
5. 已知 $y = ax^2 + bx + c$ 之圖形通過 $A(-3, -18)$ 、 $B(1, 2)$ 、 $C(2, -3)$ 三點，則數對 $(a, b, c) =$ _____。
6. 已知 $y = ax^2 + bx + c$ 之圖形與 y 軸交於 $A(0, 4)$ ，且當 $x = 2$ 時有最大值 12，則數對 $(a, b, c) =$ _____。
7. 設二次函數的圖形截 x 軸的線段長 $\overline{AB} = 6$ ，且此拋物線頂點之 y 坐標為 -4 ，求此二次函數的圖形被水平線 $y = 6$ 所截的線段長度為 _____。
8. 試解不等式： $(x-1)^{40}(x^2+x+1)(x-2)(x-3)(x-4)^4 < 0$ ，求 x 的範圍為 _____。
9. 求三次函數 $f(x) = x^3 - 9x^2 + 17x + 4$ 圖形的對稱中心為 _____。

10. 設直線 L 與三次函數 $f(x)$ 的圖形交於相異三點 $A(-1, 3)$ 、 $B(5, -9)$ 、 C 。若 $f(x)$ 過點 $(1, -17)$ 且 C 點為 $f(x)$ 的對稱中心，則 $f(3) =$ _____。

11. 已知不等式 $ax^2 - 4x + b < 0$ 之解為 $x > -2 + \sqrt{3}$ 或 $x < -2 - \sqrt{3}$ ，求不等式 $2x^2 + ax + b < 0$ 解的範圍為 _____。

四、計算題

1. 已知三次函數 $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 3x - 7 = a(x - 2)^3 + b(x - 2)^2 + c(x - 2) + d$ ，求：

(1) 數對 $(a, b, c, d) =$ _____。

(2) $f(2.01)$ 的近似值 = _____。(計算至小數點後第二位，以下四捨五入)

(3) $f(x)$ 在 $x = 0$ 的局部特徵圖形近似於直線 L ，則直線 L 的斜率為何？ _____。

- (1) 3 (2) 4 (3) 5 (4) 7 (5) 9

台南一中 111 學年度 第一學期 第三次段考 高一數學科

一、單選題

1.	2.	3.
(5)	(5)	(4)

二、多選題

1.	2.
(1)	(1)(3)(4)(5)

三、填充題

1.	2.	3.	4.
-26	9	$7 + \sqrt{3}$	$\frac{266}{5}$
5.	6.	7.	8.
$-2x^2 + x + 3$	$(-2, 8, 4)$	$3\sqrt{10}$	$2 < x < 3$
9.	10.	11.	
$(3, 1)$	11	$-\frac{1}{2} < x < 1$	

四、計算題

1.(1)	1.(2)	1.(3)
$(2, 7, 7, -5)$	-4.93	1