

岡山高中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高二數學科 B

一、多選題（每題 5 分，共 30 分，5-3-1-0）

() 1. 下列哪些對數的計算是正確的？

(A) $\log_2(-3) + \log_2(-5) = \log_2 15$ (B) $\log_2(-3)^2 = 2\log_2 3$ (C) $(\log 5) \times (\log 5) = \log 25$

(D) $\frac{\log 27}{\log 9} = \log 3$ (E) $2^{\log_2 9} = 9$

() 2. 已知 a, b, c 皆為大於 1 的實數，且 $\log_c a = 3, \log_a b = 5$ ，則下列何者正確？

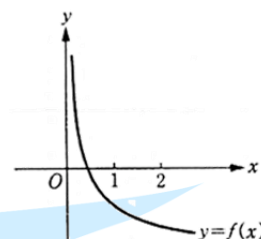
(A) $a = 3^c$ (B) $\log_a c = \frac{1}{3}$ (C) $\log_c \sqrt{ab} = 9$ (D) $\frac{b}{a} = c^{12}$ (E) $\log_c b = 15$

() 3. 以下各數何者為正？

(A) $\sqrt{2} - \sqrt[3]{2}$ (B) $\log_2 3 - 1$ (C) $\log_3 2 - 1$ (D) $\log_{\frac{1}{2}} 3$ (E) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2}$

() 4. 函數 $y = f(x) = n + \log_m(x + a)$ 的圖形如右圖所示，且其圖形的漸近線為 y 軸，請問下列何者正確？

(A) $n > 0$ (B) $a > 0$ (C) $a = 0$ (D) $m > 0$ (E) $m < 1$



() 5. 設 $a > 0, a \neq 1$ ，對於函數 $f(x) = \log_a x$ ，下列何者正確？

- (A) $y = f(x)$ 的圖形與 y 軸的一端非常靠近，但不相交
 (B) $y = f(x)$ 的圖形與直線 $x = h$ 一定相交，其中 h 為實數
 (C) $y = f(x)$ 的圖形與直線 $y = k$ 一定相交，其中 k 為實數
 (D) $y = f(x)$ 的圖形與 $y = a^x$ 的圖形對稱於直線 $x - y = 0$
 (E) $y = f(x)$ 的圖形與 $y = \log_{\frac{1}{a}} x$ 的圖形對稱於 x 軸

() 6. 坐標平面上，在函數圖形 $y = 2^x$ 上，標示 A, B, C, D 四個點，其 x 坐標分別為 $-1, 0, 1, 2$ 。請問下列何者正確？

- (A) 點 B 落在直線 AC 下方 (B) 在直線 AB 、直線 BC 、直線 CD 中，以直線 CD 的斜率最大
 (C) A, B, C, D 四個點，以 B 點最靠近 x 軸 (D) 直線 $y = 2x$ 與 $y = 2^x$ 的圖形有兩交點
 (E) 點 A 與點 C 對稱於 y 軸

二、填充題（每格 4 分，共 60 分）

1. 若 $2^x = 5$ ，則實數 $x =$ _____。(以對數表示)

2. 求下列各式之值：

(1) $\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{4} + \log_{25} 125 - \log_{\frac{1}{3}} \sqrt{3} =$ _____。

(2) $\log \frac{7}{36} + 5 \log 2 - \log \frac{14}{25} + 2 \log 3 =$ _____。

(3) $\log_2(9^{\log_3 7}) + (\log_2 3) \left(\log_{\frac{1}{3}} 49 \right) = \underline{\hspace{2cm}} \circ$

3. 解下列各不等式：

(1) $(0.2)^{x^2-3x-2} > 0.04 \circ \underline{\hspace{2cm}} \circ$

(2) $\log_{\frac{1}{2}}(x-5) > \log_{\frac{1}{4}}(x-3) \circ \underline{\hspace{2cm}} \circ$

4. 方程式 $2^{-x} = -x + 2$ 有 個實根。

5. 若 $\log_{(a-1)}(7-3a)$ 有意義，則實數 a 的範圍為 。

6. 設直線 $y = 3$ 與 $y = 12$ 分別交曲線 $y = 2^x$ 於 A 、 B 兩點，則線段 \overline{AB} 的長度為 。

7. 設 $a = \log_2 3$ ， $b = \log_3 7$ ，試以 a 、 b 表示 $\log_6 21 = \underline{\hspace{2cm}} \circ$

8. 方程式 $\log_3 x - 2 \log_x 3 = 1$ 的解為 $x = \underline{\hspace{2cm}} \circ$

9. 設函數 $f(x) = \log x$ 的圖形上有兩點 $A(a, \log a)$ 、 $B(b, \log b)$ ，若 \overrightarrow{AB} 的斜率為 $\frac{1}{18}$ ， $b - a = 18$ ，則 $a + b =$ _____。
10. 已知 $2^{521} - 1$ 是一個質數且 $\log 2 \approx 0.3010$ ，試求 $2^{521} - 1$ 是 _____ 位數。
11. 某人存入銀行 10000 元，言明年利率 4%，以半年複利計息，滿一年本利和為 Q 元，則 $Q =$ _____ 元。
12. 放射性物質的質量變為原來的一半所需經過的時間，稱為該物質的半衰期。假設某放射性物質的半衰期為 30 年，原有質量是 6000 克，則從 2000 克減少到 250 克需經過 _____ 年。

三、計算題（共 10 分）

假設某種商品的廣告效應的模型可以用下述對數關係來表示：

$$N(x) = a + b \log_2(x + 1)$$

其中 $N(x)$ 表銷售數量（單位：個）， x 為廣告費用（單位：萬元）， a, b 為常數。

已知不花錢做廣告時，銷售量為 900 個；若廣告費用花 1 萬元，銷售量為 1600 個。

1. 試求對數 $(a, b) =$ _____。（6 分）
2. 若希望銷售量達到 3000 個，試問需花費 _____ 萬元廣告費。（4 分）

岡山高中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高二數學科 B

一、多選題

1.	2.	3.	4.	5.
B E	B C D E	A B E	C D E	A C D E
6.				
A B D				

二、填充題

1.	2.(1)	2.(2)	2.(3)	3.(1)
$\log_2 5$	-2	2	0	$-1 < x < 4$
3.(2)	4.	5.	6.	7.
$3 < x < 4 \text{ or } x > 7$	2	$1 < a < \frac{7}{3}, a \neq 2$	$\sqrt{85}$	$\frac{a+ab}{1+a}$
8.	9.	10.	11.	12.
$9 \text{ or } \frac{1}{3}$	22	157	10404	90

三、計算題

1.	2.
(900 , 700)	7