台南一中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高二數學科 A

第一大題（每題 3 分，共 15 分）

1. 解不再式 $1.11^x < 1.11^3$。 ________________ 。

2. $f(x) = \log_{1.11} x$，若 $a = \dfrac{f(\sqrt{2})+f(\sqrt{3})}{2}$，$b = f(\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2})$，利用圖形位置來判斷比較 a、b 的大小。 ________ 。

3. $\log_{\sqrt[3]{a^2}} a =$ ____________ 。

4. 解不等式 $2 \cdot \log_{0.111} x > \log_{0.111} 36$。 ________________ 。

5. $A = 1.11 \cdot 10^{2022}$，求 $\log A$ 的首數為 ____________ 。

第二大題（每題 5 分，共 60 分）

1. 作 $y = 2^x$ 與 $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 之圖形。試問方程式 $2^x = \log_{\frac{1}{2}} x$ 共有幾個實數解？ ____________ 。

2. 半導體產業的摩爾定律裡，David House 認為「積體電路板可容納的電晶體數目每 1.5 年增加為原來的 2 倍」。已知經過 t 年後，電晶體數目為原來的 a^t 倍，求 a 之值為 ____________ 。

3. 解方程式 $8(4^x + 4^{-x}) - 42(2^x - 2^{-x}) + 29 = 0$。 ____________________ 。(兩解)

4. 求 $\log_2(\log_2 49) + \log_2(\log_7 2) =$ ______________ 。

5. 已知 $\log 2 = 0.3010$，$\log 3 = 0.4771$，$\log 7 = 0.8451$，若將 $(\frac{7}{8})^{111}$ 表為純小數時，從小數點後第 n 位起開始出現不為 0 的數字，令此數為 β，則 $\beta =$ ______________ 。

6. 設 $\log_{x-1}(-x^2 + x + 6)$ 有意義，求實數 x 之範圍為 ____________________ 。

7. 將 $y = \log_3 x$ 的圖形左移 3 單位，再上移 3 單位後為 $y = \log_3(ax + b)$ 的圖形，求數對 $(a, b) =$ __________ 。

8. 解不等式 $\log_2(x-1) > 1 + \log_4(x^2 - 3x + 2)$。 ____________________ 。

9. 某人年初將 1 萬元存入銀行，年利率 2.4%，每年複利一次，至少 __________ 年後，本利和才會超過 1.5 萬元。

10. 設 7^{100} 與 11^{100} 分別為 85 位數及 105 位數，則 77^{30} 是 ____________ 位數。

11. 設 $x^2 - x + \log 2 \cdot \log 5 = 0$ 之二根為 α、β，求 $10^{\alpha} + 10^{\beta} =$ ____________ 。

12. 設 $f(x) = 2(\,4^x + 4^{-x}\,) - 4(\,2^x + 2^{-x}\,) - 38$，求 $f(x)$ 之最小值為 ____________ 。

第三大題（ 每題 5 分，共 15 分）

1. 為方便起見，對於以尤拉數（Euler number）為底數的對數 $\log_e x$，我們稱為「自然對數（natural logarithm）」，$e \doteqdot 2.71828$，常用 $\ln x = \log_e x$ 來特別標記之。今天對於函數

$$f(x) = \frac{\ln x}{x}$$

可以透過微積分得知，f 在 $[\,1\,,e\,]$ 嚴格遞增（一定變大），在 $[\,e\,,\infty\,)$ 嚴格遞減（一定變小）。以下六數 3^{π}，π^3，3^e，e^3，π^e，e^{π} 中，最小值為 ____________ 。

2. 日本麻將的計分方式複雜，放炮規則大抵採用下列的規則：需計算「符」(除了可能為 25 以外，其餘皆為 20 以上，10 的倍數；(有個位數字時，無條件進位到 10 的倍數)，最高為 160）與「飜」(正整數)，而後再計算基本點：基本點 =符 $\times\, 2^{(飜+2)}$ 。最後，若是閒家胡牌，基本點乘以 4，若是莊家胡牌則改為基本點乘以 6；在無條件進位至百位數，就是這次和牌的得分了，只有放炮的人要給胡牌的人點數。試問：第一名的阿吉領先阿信 8200 點，下一局，莊家阿信胡了閒家小群群，結果阿信變為第一名，已知此局胡了 2 飜，請問這一局計算符時，最少要進位到多少符？ ____________ 符。

3.　若 $7^{\frac{1}{a}}=9^{\frac{1}{b}}=(\frac{1}{7})^{\frac{1}{c}}=(\frac{1}{9})^{\frac{1}{d}}=\frac{1}{111}$，則下列選項哪些正確？________ 。

(A) $b<a<c<d$　(B) $|a+b|=|c+d|$　(C) $a+b+c+d=0$　(D) $|b+c|<\frac{1}{6}$　(E) $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$

第四大題（共 10 分）

利用圖形關係，我們知道「$\log_b m=\log_b n$，則 $m=n$」

1.　可以利用此關係，證明 $a^{\log_b c}=c^{\log_b a}$。(3 分)

2.　求 $4^{2+\frac{1}{\log_3 2}}=$ ________ 。（3 分）

3.　解方程式 $5^{\log x}\cdot x^{\log 5}-6\cdot 5^{\log x}+5=0$。 ____________ 。(4 分)

台南一中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高二數學科 A

第一大題

1.	2.	3.	4.	5.
$x<3$	$b>a$	$\frac{3}{2}$	$0<x<6$	2022

第二大題

1.	2.	3.	4.	5.
1	$2^{\frac{2}{3}}$	$x=2\ or\ 1$	1	2
6.	7.	8.	9.	10.
$1<x<3, x\neq 2$	$(27,81)$	$2<x<\frac{7}{3}$	18	57
11.	12.			
7	-42			

第三大題

1.	2.	3.
3^e	90	(A)(B)(C)(D)

第四大題

1.	2.	3.
略	144	$x=1\ or\ 10$