

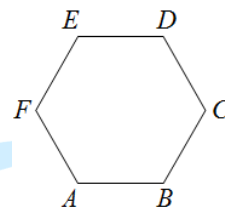
台南女中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高二數學科 A

一、單選題（每題 5 分，共 30 分）

- () 1. 已知坐標平面上三點 $A(-2, \log 3)$ 、 $B(3, \log 18)$ 、 $C(8, k)$ ，若 A 、 B 、 C 三點共線，則 $k =$
 (1) $\log 12$ (2) $\log 18$ (3) $\log 36$ (4) $\log 72$ (5) $\log 108$
- () 2. 若 x 是滿足不等式 $(0.25)^{3x^2} > (0.5)^{x+1}$ 的整數，試問 x 之值為何？
 (1) -2 (2) -1 (3) 0 (4) 1 (5) 2
- () 3. 設 $a = \log_{25} 4$ 、 $b = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2}$ 、 $c = 2 \log_2 \sqrt{3}$ 、 $d = \log_3 \frac{1}{7}$ 。試選出正確的選項。
 (1) $c > b > a > d$ (2) $c > a > b > d$ (3) $a > c > b > d$ (4) $a > b > c > d$ (5) $d > c > b > a$
- () 4. 已知 $1 \leq x \leq 100$ 且 $f(x) = (\log x)^2 - \log x^6 + 10$ ，若 $f(x)$ 的最小值為 m ，試問 $\log_2 m =$
 (1) -2 (2) -1 (3) 0 (4) 1 (5) 2
- () 5. 為了圓學吉他的夢，婷婷靠每天中午在合作社工讀，終於存到 2000 元的零用錢！已知大笨鳥銀行提供了一項月利率為 10%，每月複利計息一次的學生優惠儲蓄方案。若婷婷將 2000 元投入儲蓄方案，至少要經過幾個月，婷婷才能買一把價值 20000 元的吉他？（已知 $\log 1.1 \approx 0.041$ ）
 (1) 10 (2) 20 (3) 25 (4) 90 (5) 91
- () 6. 高二班際排球賽已於 11 月初落幕，同學們團結專注的身影與場邊的加油聲都令人留深刻的回憶。已知聲音強度 I (W/m^2) 與音量 d (分貝) 滿足： $d = 10 \log \frac{I}{I_0}$ ，其中常數 $I_0 = 10^{-12}$ (W/m^2)。若一位同學大聲加油的音量為 90 分貝，飛機飛過南女上空的音量為 120 分貝，則多少位同學一起大聲加油時，其音量會與飛機飛過南女上空一樣大聲？（假設 n 個人一起加油的音強度恰為 1 個人聲音強度的 n 倍）
 (1) 30 人 (2) 100 人 (3) 1000 人 (4) 3000 人 (5) 10000 人

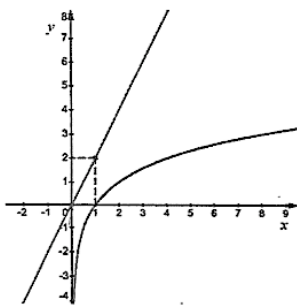
二、多選題（每題 6 分，共 30 分，6-4-2-0）

- () 1. 如右圖，正六邊形 $ABCDEF$ 中，令 $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ ， $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$ ，試選出正確的選項。
 (1) $\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$ (2) $\overrightarrow{AD} = 2\vec{b}$ (3) $\overrightarrow{AF} = \vec{a} - \vec{b}$
 (4) $\overrightarrow{AE} = \vec{a} - 2\vec{b}$ (5) $\overrightarrow{BF} = \vec{b} - 2\vec{a}$
- () 2. 設 $a = \log 2$ ， $b = \log 3$ ，試選出正確的選項。
 (1) $\log 12 = 2a + b$ (2) $\log 5 = a + b$ (3) $\log_5 60 = \frac{ab + 1}{1 - a}$
 (4) $\log_{\sqrt{2}} 6 = \frac{a + b}{2a}$ (5) $\log_5 1.2 = \frac{2a + b - 1}{1 - a}$
- () 3. 若正實數 a 、 b 滿足 $\log_3 a = 50$ ， $\log_2 b = 30$ ，試選出正確的選項。
 （已知 $\log 2 \approx 0.3010$ 、 $\log 3 \approx 0.4771$ 、 $\log 7 \approx 0.8451$ ）
 (1) a 是 23 位數 (2) a 的最高位數字為 7 (3) b 的個位數字為 2
 (4) $a \times b$ 是 33 位數 (5) $\frac{b}{a}$ 的小數點後第 14 位開始出現不為 0 的數字

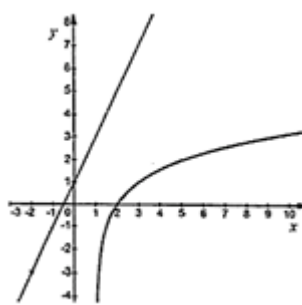


() 4. 設 a 、 b 為實數，則下列哪些可能是一次函數 $y = ax + b$ 和對數函數 $y = \log_a(x + b)$ 的圖形？

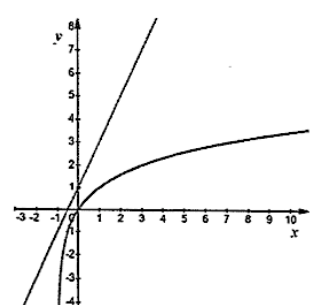
(1)



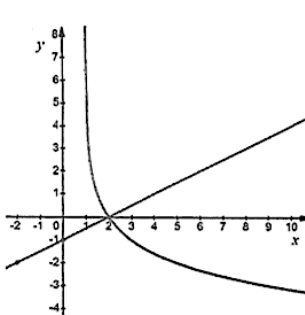
(2)



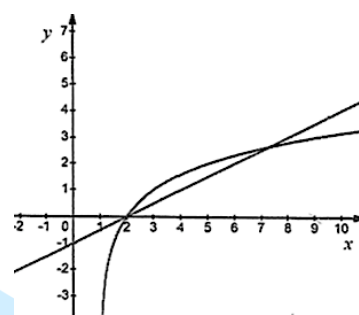
(3)



(4)



(5)



() 5. 設直線 $x + y = 6$ 分別與 $y = 10^x$ 、 $y = \log x$ 的圖形交於 $A(a_1, a_2)$ 、 $B(b_1, b_2)$ ，直線 $x + y = 8$ 分別與 $y = 10^x$ 、 $y = \log x$ 的圖形交於 $C(c_1, c_2)$ 、 $D(d_1, d_2)$ ，試選出正確的選項。

- (1) 四邊形 $ABDC$ 是等腰梯形 (2) $a_1 + a_1 = 6$ (3) $c_2 + d_2 = 4$
 (4) $a_1 < c_1 < a_2 < d_1$ (5) 若 m_{AC} 代表直線 \overrightarrow{AC} 的斜率，則 $m_{AC} \times m_{BD} = 1$

三、填充題（每格 5 分，共 30 分）

1. 試求 $(\log_2 3 + \log_{16} 81)(\log_3 8 - \log_9 2) + 9^{\frac{1}{2} \log_3 2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. $\triangle ABC$ 中，已知 D 點在 \overline{BC} 上且 $\overline{DB} : \overline{DC} = 1 : 2$ 。若 $\overrightarrow{DA} = (2, -1)$ ， $\overrightarrow{DB} = (1, 2)$ ，試求 $|\overrightarrow{CA}| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 若方程式 $\log_3(3 \times 9^x - 28) = x + \log_3 5$ 的解為 $x = \alpha$ ，試求 $3^\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 若滿足不等式 $\log_{\frac{1}{2}}(\log_3 x) \geq -1$ 的整數解 x 共有 k 個，試求 $k =$ _____。
5. 設 h, k 為正實數，已知坐標平面上水平線 $y = k$ 與指數函數 $y = 2^x$ 、 $y = 2^{x-h}$ 的圖形分別交於 A 、 B 兩點，且通過 A 的鉛直線與 $y = 2^{x-h}$ 的圖形交於 C 點，通過 B 點的鉛直線與 $y = 2^x$ 的圖形交於 D 點。若 $\overline{CD} = (1, 3)$ ，試求 $(h, k) =$ _____。

四、混合題（共 15 分）

2019 年末，嚴重特殊傳染性肺炎（COVID-19）疫情爆發至今已經三年，全球確診入數仍在不斷增加。由於 COVID-19 病毒棘刺的大小只有一般流感病毒的十分之一，因此必須透過特殊的方法才能推測感染者體內的病毒數量，而 RT-PCR（即時反轉錄聚合酶連鎖反應）即是判斷個體是否為確診病例的主要方式。

PCR 是一種「多次複製病毒特有基因序列」的技術。其原理類似於：今天給你一篇字很小的文章，你可能需要用放大鏡看才能看得見。如果 A 文章的字體放大 10 倍就能看得見，B 文章需要放大 100 倍才看得見，那我們就能以此「放大倍率」回推原文章的字體大小：B 文章的字體比 A 文章的小。

PCR 即是先以探針偵測病毒特有的基因片段並做螢光標記後，不斷循環複製病毒基因的數量，每一次循環都會使病毒基因的數量變為原來的 2 倍，如此不斷循環複製，直到病毒因的數量多到儀器可以偵測到螢光訊號。所謂的 Ct 值（循環閾值），指的就是原始樣本需要循環複製幾次，才能抵達儀器可以偵測到的門檻。例如：Ct 值為 20，表示原始樣本的病毒基因數需要複製 20 次，其數量才能多到可被儀器偵測到。

去年台灣是以 Ct 值 ≤ 34 者為陽性，Ct 值 > 34 者為陰性，而日本及歐美國家則多以 Ct 值 ≤ 40 者為陽性的標準。PCR 的原理與各項防疫規定實際上複雜得多，上述僅是一個簡化版的參考說明。願疫情能盡快看到盡頭。

1. 根據文章所述 Ct 值的意義，下列選項的敘述哪些正確？（多選題，3 分）
- (1) Ct 值越高代表原有的病毒基因數量越多。
 - (2) 若 A 感染者的 Ct 值比 B 患者的 Ct 值高 10，表示 A 感染者的病毒基因量是 B 感染者的 10 倍。
 - (3) 陽性門檻的 Ct 值若訂得太高，可能使不具傳染力的低病毒量患者被視為陽性（即：偽陽性）。
 - (4) 陽性門檻的 Ct 值若訂得太高，可能使具傳染力的高病毒量患者被視為陰性（即：偽陰性）。
 - (5) 去年在台灣 PCR 檢驗結果為陰性的患者，在日本檢驗結果可能是陽性。
2. 假設樣本的「初始病毒基因量」為 a ，「循環複製 x 次」後所得的「複製後病毒基因量」為 y ，則下列和者是 x 與 y 所滿足的關係式？（單選題，2 分）
- (1) $y = a \times 2^x$ (2) $y = a \times \left(\frac{1}{2}\right)^x$ (3) $y = 2^a \cdot x$ (4) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^a \cdot x$

3. 已知當病毒基因量達到 10^6 時，就可以被 PCR 檢驗的儀器偵測到，且依規定 Ct 值 ≥ 30 即可解除隔離。若小吉體內的病毒基因量為 1 單位，試問小吉的 Ct 值約為多少（取最接近之整數）？試據此檢驗結果判斷小吉是否能解除隔離？（取 $\log 2 \approx 0.3$ ）（非選則題，5 分）
4. 已知目前大雄體內有 5 個 COVID-19 病毒，若病毒的數量每 3 小時就會變為原來的 2 倍，且當體內的病毒達到 1 億個時，大雄就會開始出症狀，在此之前的期間稱為潛伏期。若已知 $\log 2 \approx 0.3$ ，試問：病毒在大雄體內的潛伏期最接近幾天？（小數部分無條件捨去，取整數天）（非選擇題，5 分）



台南女中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高二數學科 A

一、單選題

1.	2.	3.	4.	5.
(5)	(3)	(1)	(4)	(3)
6.				
(3)				

二、多選題

1.	2.	3.	4.	5.
(1)(2)(5)	(1)(5)	(2)(4)	(1)(3)(4)	(1)(2)(4)(5)

三、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
7	5	4	8	(1, 2)

四、計算題

1.	2.	3.	4.
3 5	1	無法解除隔離	潛伏期為 3 天