

# 高雄女中 108 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科

一、是非題(每題 1 分，共 8 分)

※  $\log 2 \approx 0.301$  ,  $\log 3 \approx 0.4771$  ,  $\log 7 \approx 0.8451$

- ( ) 1. 若  $a, b$  為實數，則  $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$  ,  $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{\frac{a}{b}}$  ( $b \neq 0$ )
- ( ) 2. 若  $a, n, m$  為實數，且  $a > 0$ ，則  $a^m \times a^n = a^{m+n}$  ,  $(a^n)^m = a^{n \times m}$
- ( ) 3. 每一個實數都可以用尺規作圖的方式，在數線上找到其位置
- ( ) 4. 若  $a, b$  為實數且  $a < b$ ，則  $a < \frac{2a+4b}{7} < \frac{a+2b}{3} < b$
- ( ) 5. 已知  $0 < a < 1$ ， $n, m$  為正整數且  $n > m$ ，則  $\sqrt[n]{a} > \sqrt[m]{a}$
- ( ) 6. 最簡分數  $\frac{n}{m}$  為有限小數，則  $m$  最多只能有 2 個質因數
- ( ) 7. 若  $a$  為有理數， $b$  為無理數，則  $ab$  為無理數
- ( ) 8. 如果已知  $10^{3.5} \approx 3.16 \times 10^3$ ，那可得  $10^{-3.5} \approx 3.16 \times 10^{-3}$

二、填充題(共 82 分)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
10	20	28	36	42	48	52	56	60	64	68	72	76	79	82

1. 求不等式  $2 \leq |x| < 5$  的解為 \_\_\_\_\_
2. 數線上三點  $A(2), B(9), P(x)$ ，已知  $\overline{AP} : \overline{BP} = 3 : 4$ ，則  $x =$  \_\_\_\_\_
3. 已知  $\log 9958 \approx 3.9982$ ，則  $\log 99.58 \approx$  \_\_\_\_\_
4. 化簡下列各題：(1)  $\sqrt{4-\sqrt{15}} =$  \_\_\_\_\_ (2)  $10^{3 \times \log 2 + 4 \times \log 1} =$  \_\_\_\_\_
5. 已知體脂肪率 =  $\frac{\text{脂肪重量}}{\text{全身體重}} \times 100\%$ ，某人現在的體重為 70.0 公斤、體脂肪率為 20.0%，假設在減重的過程只有減少脂肪，則此人必須至少減掉 \_\_\_\_\_ 公斤的脂肪，才能達成體脂肪率 10.0%。(答案請四捨五入至小數第一位)

6. 設  $x, y$  為實數，滿足  $|x+1| \leq 2$  且  $|y-5| \leq 3$

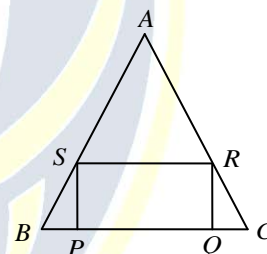
(1) 若  $a \leq \frac{x}{y} \leq b$ ，則  $(a, b) =$  \_\_\_\_\_ (2) 若  $c \leq 3xy - 3x + 2y + 1 \leq d$ ，則  $(c, d) =$  \_\_\_\_\_

7. 求不等式  $|x+1| - |x-2| < 2x+2$  的解為 \_\_\_\_\_

8. 設  $a > 0$  且  $a^{2x} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ，則  $\frac{a^{3x} + a^{-3x}}{a^x + a^{-x}} =$  \_\_\_\_\_

9. 假設水溶液中氫離子的濃度為  $[H^+]$ ，濃度的單位為莫耳/公升，即溶液每公升的氫離子莫耳數，而溶液的酸鹼值定為  $pH = -\log[H^+]$ 。今小安有一瓶  $pH = 4$  的運動飲料 200ml(毫升)，加入  $pH = 7$  的純水 600ml 稀釋，而稀釋後的運動飲料為 800ml，此時的 pH 值介於兩個連續整數  $n$ 、 $n+1$  之間，則  $n =$  \_\_\_\_\_

10. 如圖所示， $PQRS$  為一給定的矩形，長  $\overline{PQ} = 16$ 、寬  $\overline{QR} = 5$ ，而  $\triangle ABC$  為等腰三角形，其中  $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $P$ 、 $Q$  在  $\overline{BC}$  邊上， $R$ 、 $S$  分別在  $\overline{CA}$ 、 $\overline{AB}$  邊上，則當  $\triangle ABC$  中  $\overline{BC} = a$  時， $\triangle ABC$  的面積有最小值  $b$ ，則數對  $(a, b) =$  \_\_\_\_\_

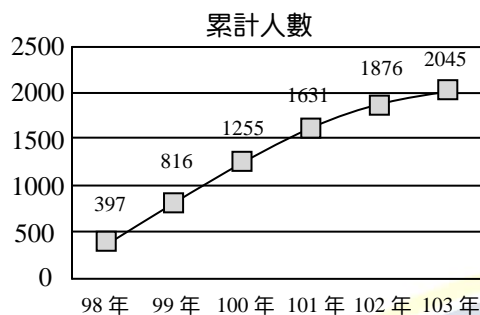


11. 不等式  $|x + \frac{8}{3}| \leq k$  的解中包含 4 個整數，若  $k$  的可能值的最大範圍為  $a \leq k < b$ ，則  $(a, b) =$  \_\_\_\_\_

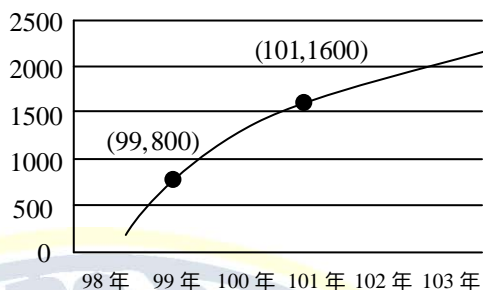
12. 已知  $\sqrt{9 - \sqrt{21}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$ ，且  $a, b$  為實數，則  $a - b =$  \_\_\_\_\_

- 13.右表為從民國 98 年到民國 103 年的逐年台灣酒駕致死人數與累計人數，某學生將累計人數做成圖表如圖一所示。依圖形的走勢，該生為了計算方便將民國 99 年紀為 800 人，將民國 101 年記為 1600 人(如圖二)。試著找出累計人數( $y$ )與時間( $x$ )的關係。得到  $y = a \cdot \log[(x-97)]$ 。該生忘了  $a$  值為多少。依照此關係，妳(你)能幫忙推算出民國\_\_\_\_\_年時累計人數會達到 2400 人

時間	酒駕死亡人數	累計人數
98 年	397	397
99 年	419	816
100 年	439	1255
101 年	376	1631
102 年	245	1876
103 年	169	2045



圖(一)



圖(二)

### 三、計算組(共 10 分)

1. 近幾年很多網紅利用某知名串流影音平台來經營個人頻道，會上傳自製影片累積頻道的觀看次數，一般來說每 1000 次的觀看次數大約可以獲得 30 元的頻道收益。今年 8 月該影音平台開始對上傳的影片做比較嚴格的審查，對有疑慮的影片內容會用「黃標」來註記，被黃標的影片最快也要經過 2 天人工審查的時間，才能移除黃標的註記。同時，被黃標的影片除了不會被平台推薦給用戶觀看之外，在黃標期間的觀看次數不會獲得任何的收益。這就是當時讓很多網紅驚慌的「黃標事件」。

有一網紅洗揚揚在知名串流影音平台有 64000 人訂閱，洗揚揚發現自己影片的每天觀看次數( $N$ )與影片發佈的天數( $d$ )兩者關係為  $N = 64000 \cdot (2 \cdot a^{-2d} + a^{-d})$ ，且  $a, d$  均為正整數。而被黃標期間的影片每天觀看次數( $N$ )與影片發佈的天數( $d$ )的關係為  $N = 64000 \cdot (a^{-2d} + \frac{3}{4} \cdot a^{-d})$ ，近來洗揚揚上傳甲、乙兩支影片、乙片上傳後馬上被黃標，甲片有被審查通過。

- (1)洗揚揚查看甲片第  $x$  天( $x > 1$ )的當天觀看次數為 10000 次，試問正整數  $a$  為何值？且  $x$  為第幾天？(8 分)  
 (2)承(1)，如果乙片只有一開始的 2 天有被黃標，那乙片最初的 2 天累積了多少次的觀看次數？(2 分)

# 高雄女中 108 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科簡答

## 一、是非題(每題 1 分，共 8 分)

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
×	○	×	×	○	○	×	×

## 二、填充題(共 82 分)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
10	20	28	36	42	48	52	56	60	64	68	72	76	79	82

1.	2.	3.	4.(1)	4.(2)
$-5 < x \leq -2$ 或 $2 \leq x < 5$	5 或 -19	1.9982	$\frac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{2}$	8
5.	6.(1)	6.(2)	7.	8.
7.8	$(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$	$(-46, 38)$	$x > -\frac{5}{2}$	$\sqrt{5}-1$
9.	10.	11.	12.	13.
4	$(32, 160)$	$(\frac{5}{3}, \frac{7}{3})$	$2\sqrt{15}$	105

## 三、計算組(共 10 分)

1.(1)	1.(2)
$64000 \cdot (2 \cdot a^{-2x} + a^{-x}) = 10000 \Rightarrow 64a^{-2x} + 32a^{-x} - 5 = 0$ $\Rightarrow (8a^{-x} - 1)(a^{-x} + 5) = 0 \Rightarrow a^{-x} = \frac{1}{8} = 2^{-3}$ $\because a, x \text{ 為正整數} \therefore a = 2, x = 3$	$64000 \cdot (2^{-2} + \frac{3}{4} \cdot 2^{-1}) = 40000$ $64000 \cdot (2^{-4} + \frac{3}{4} \cdot 2^{-2}) = 16000$ $40000 + 16000 = 56000 \text{ 次}$