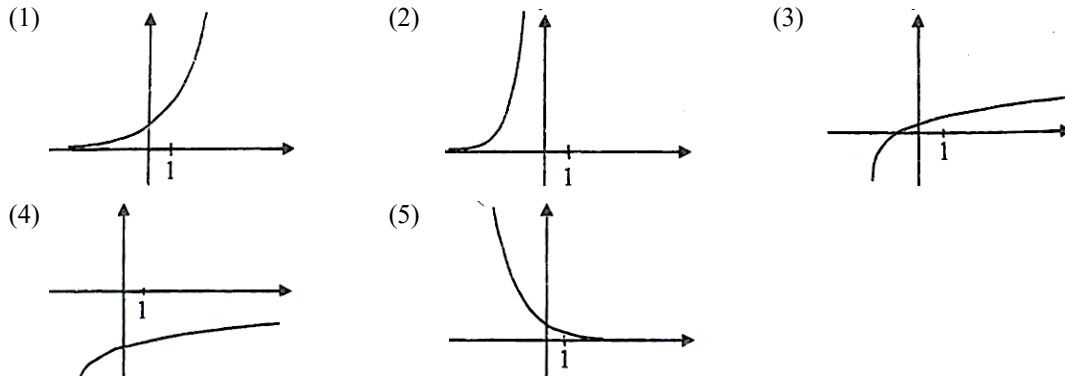


南科實中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高二數學科 A

一、單選題（每題 5 分，共 15 分）

() 1. 下圖中，哪一個函數圖形是 $y = \log_5(x + 2)$ ？



() 2. 使 $\log_{x-1}(14 + 5x - x^2)$ 為實數的整數 x 共有幾個？

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5

() 3. 設 $\{a_n\}$ 為等差數列，若對所有的正整數 n ，點 (a_n, b_n) 皆在 $y = 4^x$ 的圖形上，且點 $(a_{12}, \frac{1}{256} b_{10})$ 亦為 $y = 4^x$ 圖形上的一點，則此等差數列的公差為多少？

- (1) -3 (2) -2 (3) -1 (4) 0 (5) 1

二、多選題（每題 8 分，共 24 分，8-6-4-2-0）

() 1. 試問下列哪些選項是正確的？

- (1) $\log_2 8 = 4$ (2) $\log_{77} 6 = \log_7 6 + \log_{11} 6$ (3) $7^{\log 9} = 9^{\log 7}$
(4) $\log 1200 - \log 800 = \log 120 - \log 80$ (E) $\log_2 5 \cdot \log_5 6 \cdot \log_3 8 = 4$

() 2. 下列各方程式中，哪些選項是恰有一實根？

- (1) $x + 1 = 2^x$ (2) $3^x = x^2$ (3) $\log_2 4x = x$ (4) $\log_{\frac{1}{2}} x = x^3$ (5) $(\frac{1}{3})^3 = \log_2(x - 1)$

() 3. 設 $a = 3^{102}$ 、 $b = 5^{70}$ ，試問下列哪些選項是正確的？

- (1) $b > a$ (2) 若 a 寫成科學記號，則 $a = 4. \dots \times 10^{48}$ (3) b 是 48 位數
(4) $a + b$ 是 49 位數 (5) $a \times b$ 的最高位數字是 3

三、填充題（每格 6 分，共 54 分）

1. 已知 $x > 0$ ，若 $\frac{\log x}{\log 9} = \log_3 7$ ，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 若 $2 \log_7(x + 4) = \log_7(5x + 4) + \log_7 4$ ，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 設 a, b 為正整數。已知 $a \log_{18} 2 + b \log_{18} 3 = 4$ ，則 $(a, b) =$ _____。
4. 若 x, y 為兩正實數，且滿足 $x^{-\frac{1}{2}} y^3 = \frac{1}{5}$ 及 $3 \log_5 y = 1$ ，則 $\frac{x-y^3}{10} =$ _____。
5. 坐標平面上有四點 $O(0, 0)$ 、 $A(\frac{13}{2}, 0)$ 、 $B(-9, 5)$ 、 $C(x, y)$ 。今有一質點在 O 點沿 \overrightarrow{AO} 方向前進 $2\overline{AO}$ 距離後停在 P ，再沿 \overrightarrow{BP} 方向前進 $3\overline{BP}$ 距離後停在 Q 。假設此質點繼續沿 \overrightarrow{CQ} 方向前進 $5\overline{CQ}$ 距離後回到原點 O ，則 $C(x, y) =$ _____。
6. 設 $A(1, \log_2 3)$ 、 $B(7, \log_2 24)$ 、 $C(9, y)$ 為平面上相異三點。若 A, B, C 三點共線，則 $y = \log_2$ _____。
7. 設 $\vec{a} = (5, 3)$ 、 $\vec{b} = (-3, -1)$ 、 $\vec{c} = \vec{a} + t\vec{b}$ 。若 $t = \alpha$ 時，有 $|\vec{c}|$ 有最小值 β ，則數對 $(\alpha, \beta) =$ _____。
8. 不等式 $1 - \frac{11}{2^x} + \frac{24}{4^x} < 0$ 的解為 _____。

9. 已知 $a > 1$ ，且知當 $3 \leq x \leq 4$ 時， $f(x) = a^{x^2-4x+6}$ 的最小值為 $\frac{729}{64}$ ，則 $a =$ _____。

四、混合題（共 11 分）

關於酸鹼度，若水溶液中 $[H^+]$ 的體積莫耳濃度為 10^{-a} 莫耳／公升，其中 a 為實數，則 $[OH^-]$ 的體積莫耳濃度為 $10^{-(14-a)}$ 莫耳／公升，此時該水溶液的 pH 值為 $-\log[H^+] = -\log 10^{-a} = a$ ， pOH 值為 $-\log[OH^-] = -\log 10^{-(14-a)} = 14 - a$ 。

而混合溶液的 pH 值計算類型可以大致分為三種：酸性溶液與酸性溶液混合、酸性溶液與鹼性溶液混合、鹼性溶液與鹼性溶液混。其中酸性溶液與鹼性溶液混合後的 pH 值算法，以相同體積的 pH 值為 5 的酸性溶液與 pH 值為 10 鹼性溶液舉例說明如下：

pH 值為 5 的酸性溶液中， $[H^+]$ 的體積莫耳濃度為 10^{-5} 莫耳／公升。

pH 值為 10 的鹼性溶液，其 pOH 值為 $14 - 10 = 4$ ，故 $[OH^-]$ 的體積莫耳濃度為 $10^{-4} = 10 \times 10^{-5}$ 莫耳／公升。

兩者混合後，其中 10^{-5} 莫耳／公升的 $[H^+]$ 與 $[OH^-]$ 結合成 H_2O ，剩下體積莫耳濃度為 $\frac{10^{-4} - 10^{-5}}{2} = \frac{10 \times 10^{-5} - 10^{-5}}{2} = \frac{9}{2} \times 10^{-5}$ （莫耳／公升）的 $[OH^-]$ ，則混和溶液的 pOH 值為 $-\log[OH^-] = -\log(\frac{9}{2} \times 10^{-5}) = -\log 9 + \log 2 + 5 \approx -0.9542 + 0.3010 + 5 = 4.3468$ ， pH 值約為 $14 - 4.3468 = 9.6532$ 。試問：

- pH 值為 13 的鹼性溶液。其 $[OH^-]$ 的體積莫耳濃度為（莫耳／公升）為下列哪一個選項？（單選題，5 分）
 (1) 10^{-1} (2) 10^1 (3) 10^{-13} (4) 10^{13} (5) -10^{13}
- 若將相同體積的 pH 值為 3 的酸性溶液與 pH 值為 13 的鹼性溶液混合，其 pH 值約為多少（四捨五入到小數點後第二位）？（6 分）（參考數值： $\log 2 \approx 0.3010$ 、 $\log 3 \approx 0.4771$ 、 $\log 11 \approx 1.0414$ ）

南科實中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高二數學科 A

一、單選題

1.	2.	3.
(3)	(4)	(2)

二、多選題

1.	2.	3.
(3)(4)	(2)(4)(5)	(1)(2)(5)

三、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
49	0 or 12	(4, 8)	62	(-30, -18)
6.	7.	8.	9.	
48	$(\frac{9}{5}, \frac{2\sqrt{10}}{5})$	$\log_2 3 < x < 3$	$\frac{9}{4}$	

四、計算題

1.	2.
1	12.69