

# 中山附中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高二數學科 A

一、多選題（每題 8 分，共 16 分，8-5-2-0）

( ) 1. 下列哪一個方程式洽有二個實數解？

(A)  $x = 1 + \log_2 x$  (B)  $2^{-x} = \log_2(-x)$  (C)  $2^{-|x|} = \log_2|x|$  (D)  $2^{|x|} = |\log_2 x|$  (E)  $\log_{1.3} x = 1.3^x$

( ) 2. 下列關於指數函數  $y = 2^x$  與對數函數  $y = \log_2 x$  的敘述哪些是正確的？

(A)  $y = \log_2 2x$  之圖形為  $y = \log_2 x$  沿  $y$  軸平移 2 個單位

(B)  $y = 2^{x+2}$  與  $y = \log_2(x+2)$  的圖形對稱直線  $x - y + 2 = 0$

(C)  $y = \log_2 x$  和  $y = \log_4 x^2$  的圖形重合

(D)  $\frac{\log_2 13 + \log_2 17}{2} < \log_2 15$

(E) 方程式  $(\frac{1}{2})^x = -\log_2 x$  的唯一實根  $\alpha$  滿足  $0 < \alpha < 1$

二、填充題（共 70 分）

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
得分	7	14	21	28	34	40	46	52	57	62	65	68	80

1. 求下列各式之值：

(1)  $3^{\log 2} \cdot 3^{\log 5} = \underline{\hspace{2cm}}$  。 (2)  $\log_2(\log_2 9) + 3 \log_8(\log_3 4) = \underline{\hspace{2cm}}$  。

(3)  $(\log 0.2)^3 + (\log 0.5)^3 - (\log 0.2)(\log 0.125) = \underline{\hspace{2cm}}$  。

2. 不等式  $(\frac{1}{\sqrt{3}})^{x+4} > (\frac{1}{9})^{3x-1}$ ，其解為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 設  $P$ 、 $Q$  分別為直線  $y = 4$ ， $y = 12$  與  $y = (\frac{1}{3})^x$  的交點，則  $\overline{PQ}$  的長度為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 設  $a = \log_5 2$ ， $b = \log_3 5$ ，求  $5^{3a - \frac{2}{b} + 1} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 滿足不等式  $-1 \leq \log_{\frac{1}{3}}(\log_2 x) \leq 0$  的整數  $x$  共有 \_\_\_\_\_ 個。

6. 方程式  $\log_2(2^{x+1} + 8) = (2 + \frac{x}{2}) + \log_2 \frac{17}{4}$  之為解 \_\_\_\_\_。

7.  $(\frac{1}{6})^{200}$  在小數點下第  $a$  位開始出現不為 0 的數字且不為 0 的數字為  $b$ ，求數對  $(a, b) =$  \_\_\_\_\_。

8. 設實數  $x$  滿足  $\log_x 9 - \log_3 x = 1$ ，求  $x =$  \_\_\_\_\_。

9.  $x \in R$ ，則  $y = 3(4^x + 4^{-x}) - 10(2^x + 2^{-x}) + 5$  的最小值為 \_\_\_\_\_。

10. 在坐標平面上， $A(a, r)$ 、 $B(b, s)$  為函數圖形  $y = \log_2 x$  上之兩點，其中  $a < b$ 。已知  $A$ 、 $B$  連線的斜率等於 2，且線段  $\overline{AB}$  的長度為  $\sqrt{20}$ ，則數對  $(a, b) =$  \_\_\_\_\_。

11. 在人口密集的都會區一旦發生嚴重核能汙染，科學家用數學模式  $N(t) = 2000 \times (1 + 100^{0.03t})$  表示其受到感染的人數，其中  $t$  為時間（小時）， $N(t)$  為被感染的人數。設一個人口密集的大都會區發生嚴重核能外洩，由上述的模式中，大約經過 \_\_\_\_\_ 個小時（取整數，小數點以下無條件進位），會超過 1 萬人受到感染。

三、計算題（共 14 分）

1. 設  $\frac{1}{100} \leq x \leq 10$ ，函數  $f(x) = \log x^4 - (\log x)^2$ ，求：
- (1)  $\log x$  之範圍為？（2 分） \_\_\_\_\_ ； (2)  $f(x)$  之最大值與最小值？（4 分） \_\_\_\_\_ 。
2. 聲音強度是用每平方公尺多少瓦特 ( $\text{W}/\text{m}^2$ ) 來衡量，一般人能感覺出聲音最小強度為  $I_0 = 10^{-12}$  ( $\text{W}/\text{m}^2$ )，若測得的聲音強度為  $I$  ( $\text{W}/\text{m}^2$ ) 時，所產生的聲音分貝數  $d$  為  $d(I) = 10 \log \left( \frac{I}{I_0} \right)$ 。假設 1 個人的加油喊聲所測得的噪音為 85 分貝，則 7000 人的加油喊聲所產生的噪音為 \_\_\_\_\_ 分貝。（四捨五入至整數位）（8 分）

中山附中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高二數學科 A

一、多選題

1.	2.
(A)(C)(E)	(B)(D)(E)

二、填充題

1.(1)	1.(2)	1.(3)	2.	3.
3	2	−1	$x > \frac{8}{11}$	$\sqrt{65}$
4.	5.	6.	7.	8.
$\frac{40}{9}$	7	6 or − 2	( 156 , 2 )	3 or $\frac{1}{9}$
9.	10.	11.		
−9	$(\frac{2}{15}, \frac{32}{15})$	11		

三、計算題

1.(1)	1.(2)	2.
$-2 \leq \log x \leq 1$	最大值 3 最小值 −12	123 分貝