

中山高中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高二數學科 A

一、單選題（每題 5 分，共 25 分）

- () 1. 方程式 $4^{x-1} = (\frac{1}{\sqrt{2}})^3$ 的解為
 (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $-\frac{1}{4}$ (D) $-\frac{1}{2}$ (E) $-\frac{3}{2}$
- () 2. 如果液體的酸鹼濃度為 x (莫耳/升)，那麼此液體的 pH 值定義為 $-\log x$ 。例如純水的酸鹼濃度為 10^{-7} ，因此純水的 pH 值為 $-\log 10^{-7} = 7$ 。已知某溶液的酸鹼濃度為 $x = 0.005$ ，試問 pH 值最接近下列哪一過選項？
 (A) 1.5 (B) 2.3 (C) 3.1 (D) 3.6 (E) 4.4
- () 3. 設 $E(M)$ 為地震芮氏規模 M 時，震央所釋放的能量（單位：爾格），其中 $E(M)$ 與 M 的關係如下：
 $\log E(M) = 11.8 + 1.5M$ 。2022 年 9 月 18 日台東發生芮氏規模 6.8 的地震，則其震央所釋放的能量約為多少爾格？
 (A) 10^{18} (B) 10^{19} (C) 10^{20} (D) 10^{21} (E) 10^{22}
- () 4. 假設鉛製容器中有兩種質量相同的放射物質甲與乙，且甲的半衰期為 15 小時。已知經過 120 小時後，甲的質量變為乙的 4 倍，試問乙的半衰期為幾小時？
 (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 12 (E) 15
- () 5. 對任意實數 x 而言， $32^{x^2+\frac{3}{2}}$ 的最小值為
 (A) 8 (B) $64\sqrt{2}$ (C) 128 (D) $128\sqrt{2}$ (E) 256

二、多選題（每題 5 分，共 25 分，5-3-1-0）

- () 1. 若 (a, b) 式函數 $y = \log x$ 圖形上的一點，試問下列何者正確？
 (A) $(1, 0)$ 也是在 $y = \log x$ 的圖形上 (B) $(10a, 2b)$ 也是在 $y = \log x$ 的圖形上
 (C) $(a^2, 2b)$ 也是在 $y = \log x$ 的圖形上 (D) $(1, 0)$ 在函數 $y = 10^x$ 的圖形上
 (E) (b, a) 在函數 $y = 10^x$ 的圖形上
- () 2. 下列選項中的數值，何者大於 1？
 (A) 3^{-2} (B) $\log \frac{1}{10}$ (C) $2^{0.3}$ (D) $\log_3 2$ (E) $(0.3)^{-\sqrt{2}}$
- () 3. 下列選項何者正確？
 (A) $y = 3^x$ 與 $y = (\frac{1}{3})^x$ 兩者的圖形對稱於 y 軸 (B) $y = \log x$ 與 $y = \log(-x)$ 兩者的圖形對稱於 y 軸
 (C) $y = 10^x$ 與 $y = \log x$ 兩者的圖形對稱於直線 $y = x$ (D) $y = (\frac{1}{3})^x$ 與 $y = \log x$ 兩者的圖形恰有一交點
 (E) $y = 3^x$ 與 $y = \log(-x)$ 兩者的圖形沒有交點
- () 4. 試選出正確的選項：
 (A) $\log(-1) = 0$ (B) $10^{\log 3} = 3$ (C) $\frac{\log 5}{\log 2} = \log 5 - \log 2$
 (D) $\log_2 3 \times \log_3 5 = \log_2 5$ (E) $\sqrt{3} \log 2 + \log 7 = \sqrt{3} \log 14$
- () 5. 已知 $a = 3^{100}$ 、 $b = (0.7)^{100}$ 、 $c = 4^{80}$ ，試問下列何者正確？
 (A) a 是 47 位數 (B) a 的最高位數字為 5 (C) 將 b 表示成小數，從小數後第 15 位開始出現不為 0 的數字
 (D) $c > a$ (E) $a + c$ 是 49 位數

三、填充題（每格 5 分，共 50 分）

1. 已知 $\log_{a-1}(-a^2 + 9a + 10)$ 有意義，試求實數 a 的範圍為 _____。

2. 試求 $(\log_6 \sqrt{10})(\frac{1}{\log_2 10} + \frac{1}{\log_3 10}) =$ _____。

3. 試解下列不等式：

(1) $(0.7)^{x^2-3} > (0.49)^x$ _____。

(2) $\log(x+3) - 2\log x > \log 2$ _____。

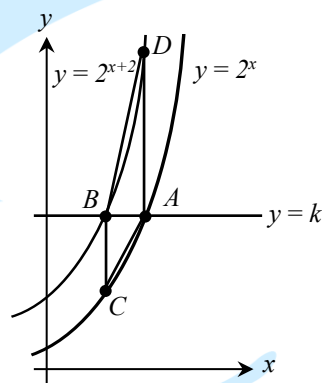
(3) $9^x - 8 \times 3^x + 15 < 0$ _____。

4. 將 $(\frac{4}{3})^{100}$ 寫成科學記號 $(\frac{4}{3})^{100} = a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq a < 10$ ，且 n 為正整數。若 a 的整數部分為 m ，試求數對 $(m, n) =$ _____。

5. 某銀行推出定存優惠儲蓄專案如下：一次存 100 萬元，年利率為 3%，每年計息一次，期滿後一次領回本利和。試問至少需要幾年後，領回本利和時，本利和才會超過 200 萬元？（ $\log 1.03 \approx 0.0128$ ）

6. 半衰期為放射性物質衰變至原質量一半所需的時間，已知元素碘 131 的半衰期為 8 天，試問至少要經過幾天衰變後，剩下的碘 131 才會小於原質量的 $\frac{1}{100}$ ？

7. 在坐標平面上，水平線 $y = k$ 與 $y = 2^x$ ， $y = 2^{x+2}$ 的圖形分別交於 A 、 B 兩點，過 A 點的鉛直線交 $y = 2^{x+2}$ 的圖形於 D 點，過 B 點的鉛直線交 $y = 2^x$ 的圖形於 C 點。若四邊形 $ADBC$ 的面積為 40，則 $k =$ _____。



8. 傳染病在發生初期，由於大部分人未感染且無抗體，所以總感染人數大都以指數形式成長。在「初始感染人數為 P_0 ，某每位已感染者平均一天會傳染給 r 位未感染者」的前提下， n 天後感染到此疾病的總人數 P_n 可以表示為 $P_n = P_0(1+r)^n$ ，其中 $P_0 \geq 1$ 且 $r > 0$ 。已知某傳染病初期符合上述數學模型且每隔個 6 天總感染人數會增加為 $\sqrt{10}$ 倍，試求 $\frac{\log P_{20} - \log P_{17}}{3}$ 的值為 _____。

中山高中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高二數學科 A

一、單選題

1.	2.	3.	4.	5.
(A)	(B)	(E)	(D)	(D)

二、多選題

1.	2.	3.	4.	5.
(A)(C)(E)	(C)(E)	(A)(B)(C)(D)	(B)(D)	(B)(D)(E)

三、填充題

1.	2.	3.(1)	3.(2)	3.(3)
$1 < a < 10, a \neq 2$	$\frac{1}{2}$	$-1 < x < 3$	$0 < x < \frac{3}{2}$	$1 < x < \log_3 5$
4.	5.	6.	7.	8.
$(3, 12)$	24	54	$\frac{32}{3}$	$\frac{1}{12}$