

中山高中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高二數學科 B

一、單選題（每題 5 分，共 25 分）

- ( ) 1. 方程式  $4^{x-1} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3$  的解為  
 (A)  $\frac{1}{4}$  (B)  $\frac{1}{2}$  (C)  $-\frac{1}{4}$  (D)  $-\frac{1}{2}$  (E)  $-\frac{3}{2}$
- ( ) 2. 海嘯是一種有強大破壞力的海浪，其強度規模的等級  $I$  與該海嘯的平均海浪高度  $H$ （公尺）有以下關係式  

$$I = \frac{1}{2} + \log_2 H$$
 試問海嘯強度規模等級為 6 時，此時的平均海浪高度最接近下列哪一個選項？（ $\sqrt{2} \approx 1.4142$ ）  
 (A) 40 公尺 (B) 45 公尺 (C) 50 公尺 (D) 55 公尺 (E) 60 公尺
- ( ) 3. 設  $E(M)$  為地震芮氏規模  $M$  時，震央所釋放的能量（單位：爾格），其中  $E(M)$  與  $M$  的關係如下：  

$$\log E(M) = 11.8 + 1.5M$$
 2022 年 9 月 18 日台東發生芮氏規模 6.8 的地震，則其震央所釋放的能量約為多少爾格？  
 (A)  $10^{18}$  (B)  $10^{19}$  (C)  $10^{20}$  (D)  $10^{21}$  (E)  $10^{22}$
- ( ) 4. 假設鉛製容器中有兩種質量相同的放射物質甲與乙，且甲的半衰期為 15 小時。已知經過 120 小時後，甲的質量變為乙的 4 倍，試問乙的半衰期為幾小時？  
 (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 12 (E) 15
- ( ) 5. 對任意實數  $x$  而言， $32^{x^2 + \frac{3}{2}}$  的最小值為  
 (A) 8 (B)  $64\sqrt{2}$  (C) 128 (D)  $128\sqrt{2}$  (E) 256

二、多選題（每題 8 分，共 24 分，8-6-4-2-0）

- ( ) 1. 若  $(a, b)$  式函數  $y = \log x$  圖形上的一點，試問下列何者正確？  
 (A)  $(1, 0)$  也是在  $y = \log x$  的圖形上 (B)  $(10a, 2b)$  也是在  $y = \log x$  的圖形上  
 (C)  $(a^2, 2b)$  也是在  $y = \log x$  的圖形上 (D)  $(1, 0)$  在函數  $y = 10^x$  的圖形上  
 (E)  $(b, a)$  在函數  $y = 10^x$  的圖形上
- ( ) 2. 下列選項中的數值，何者大於 1？  
 (A)  $3^{-2}$  (B)  $\log \frac{1}{10}$  (C)  $2^{0.3}$  (D)  $\log_3 2$  (E)  $(0.3)^{-\sqrt{2}}$
- ( ) 3. 下列選項何者正確？  
 (A)  $y = 3^x$  與  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$  兩者的圖形對稱於  $y$  軸 (B)  $y = \log x$  與  $y = \log(-x)$  兩者的圖形對稱於  $y$  軸  
 (C)  $y = 10^x$  與  $y = \log x$  兩者的圖形對稱於直線  $y = x$  (D)  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$  與  $y = \log x$  兩者的圖形恰有一交點  
 (E)  $y = 3^x$  與  $y = \log(-x)$  兩者的圖形沒有交點
- ( ) 4. 試選出正確的選項：  
 (A)  $\log(-1) = 0$  (B)  $10^{\log 3} = 3$  (C)  $\frac{\log 5}{\log 2} = \log 5 - \log 2$   
 (D)  $\log_2 3 \times \log_3 5 = \log_2 5$  (E)  $\sqrt{3} \log 2 + \log 7 = \sqrt{3} \log 14$

( ) 5. 小明想將世界各國依照其面積大小來區分等級，下表中列出 10 個國家的面積單位：(單位：千平方公里)。小明打算以冰島為基準，用下列公式計算各國的面積等級： $N_A = 5 \times \log\left(\frac{A}{A_{ice}}\right)$  ( $A_{ice}$  是冰島面積， $A$  是某國面積， $N_A$  是此國的面積等級)，試問下列敘述何者正確？

國家	面積
澳洲	7,687
智利	757
哥斯大黎加	51
埃及	1,001
德國	357
冰島	103
科威特	18
俄羅斯	17,075
新加坡	0.7
美國	9,827

- (A) 新加坡的面積等級大於 0                      (B) 美國的面積等級小於 10。  
 (C) 若某兩個國家面積等級差距為 1，則這兩個國家面積比約為 5 倍  
 (D) 表中面積等級小於 5 的國家有 8 個 (E) 表中面積等級大於 0 的有 6 個

三、填充題 (每格 5 分，共 50 分)

1. 已知  $\log_{(a-1)}(6-a)$  有意義，試求實數  $a$  的範圍為 \_\_\_\_\_。

2. 已知  $a = \log_5 3$ ，試求  $25^a + 5^{-a}$  的值為 \_\_\_\_\_。

3. 試求  $(\log_6 \sqrt{10})\left(\frac{1}{\log_2 10} + \frac{1}{\log_3 10}\right) =$  \_\_\_\_\_。

4. 試解下列方程式：

(1)  $\log_2 x + \log_2(x-5) = \log_2 6$ ，\_\_\_\_\_。 (2)  $2^{2x+1} - 33 \times 2^{x-2} + 1 = 0$ ，\_\_\_\_\_。

5. 試解下列不等式：

(1)  $(0.7)^{x^2-3} > (0.49)^x$  \_\_\_\_\_。

(2)  $\log(x+3) - 2\log x > \log 2$  \_\_\_\_\_。

(3)  $9^x - 8 \times 3^x + 15 < 0$  \_\_\_\_\_。

6. 某銀行推出青年優惠貸款專案如下：貸款 100 萬元、年利率為 3%、每年以複利計息一次，3 年期滿後一次還清本利和。志明是信用良好的銀行客戶，若給志明的貸款優惠以單利計息。試問 3 年期滿後，志明的還款可以比複利計息少繳多起少元？

7. 半衰期為放射性物質衰變至原質量一半所需的時間，已知元素碘 131 的半衰期為 8 天，試問至少要經過幾天衰變後，剩下的碘 131 才會小於原質量的  $\frac{1}{100}$ ？

中山高中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高二數學科 B

一、單選題

1.	2.	3.	4.	5.
A	B	E	D	D

二、多選題

1.	2.	3.	4.	5.
A C E	C E	A B C D	B D	B E

三、填充題

1.	2.	3.	4.(1)	4.(2)
$1 < a < 6$	$\frac{28}{3}$	$\frac{1}{2}$	6	3 or 2
5.(1)	5.(2)	5.(3)	6.	7.
$-1 < x < 3$	$0 < x < \frac{3}{2}$	$1 < x < \log_3 5$	2727	54