

岡山高中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高二數學科 A

一、多選題（每題 5 分，共 15 分，5-3-1-0）

() 1. 下列敘述，何者正確，其中 $a \neq 1$ ， $a > 0$ ？

(1) $x_1 < x_2$ ，則 $a^{x_1} < a^{x_2}$ (2) $\log_2(-3)^2 = 2\log_2 3$ (3) $y = k$ 與 $y = 2^x$ 兩圖形，恆有交點

(4) $2^{\log_4 9} = 3$ (5) $10^{0.7781} \approx 6$

() 2. 坐標平面上， Γ_1 為 $y = \log_2 x$ 的圖形， Γ_2 為 $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 的圖形，關於 Γ_1 與 Γ_2 的敘述，請選出正確的選項：

(1) $\frac{\log_2 2022 + \log_2 111}{2} < \log_2\left(\frac{2133}{2}\right)$ (2) Γ_2 的圖形凹口向下 (3) Γ_1 的圖形均在 x 軸的上方

(4) Γ_2 的圖形均在 y 軸的右方 (5) Γ_1 與 Γ_2 恰交於一點

() 3. 直線 $y = x$ 與下列哪幾個圖形有交點？

(1) $y = 2^x$ (2) $y = -2^x$ (3) $y = (1.1)^x$ (4) $y = \log_2(-x)$ (5) $y = \log_2|x|$

二、填充題（每格 4 分，共 76 分）

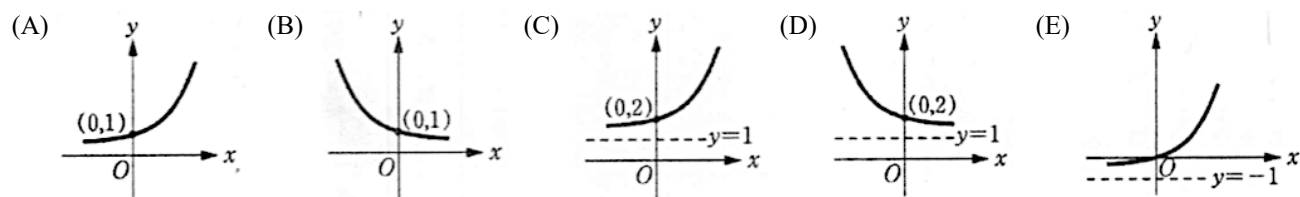
1. 某品牌計算機在計算對數 $\log_a b$ 時需按 $\boxed{\log} \boxed{(\boxed{a}, \boxed{b})}$ 。某生在計算 $\log_a b$ 時（其中 $a > 1$ 且 $b > 1$ ）順序弄錯，誤按成 $\boxed{\log} \boxed{(\boxed{b}, \boxed{a})}$ ，所得為正確值的 $\frac{4}{9}$ 倍，請選出 a 、 b 間的關係式。_____。

(A) $a^3 = b^2$ (B) $2a = 3b$ (C) $a^4 = b^9$ (D) $a^2 = b^3$ (E) $3a = 2b$

2. 設 $a = 0.09^{\sqrt{2}}$ 、 $b = 0.027^2$ 、 $c = 0.3^3$ ，試比較 a 、 b 、 c 的大小關係為_____。

3. 指數方程式 $4^x - 2^{x+2} - 32 = 0$ 。其解為_____。

4. 下列何者為函數 $y = (\sqrt{2})^x + 1$ 的圖形？為_____。



5. 設等差數列 $\langle a_n \rangle$ 之首項 a_1 與公差 d 皆為正數，且 $\log a_1$ ， $\log a_3$ ， $\log a_7$ 依序也成等差數列。
試選出數列 $\log a_1$ ， $\log a_3$ ， $\log a_7$ 的公差。_____。
- (A) $\log d$ (B) $\log 2$ (C) $\log \frac{1}{2}$ (D) $\log 2d$ (E) $\log 3d$
6. 設 x 為實數，求函數 $f(x) = 4^x - 2^{x+1} - 6$ 的最小值為 _____，又此時 $x =$ _____。
7. 設 $x, y > 0$ ，已知 $\log x = 8$ ， $\log y = 13$ ，則 $\log(x + y)$ 介於哪兩個連續整數之間？_____。
8. (1) 請計算 $\log 12 =$ _____。(不必四捨五入)
(2) 請問 12^{60} 展開後是 _____ 位數，而最高位數字是 _____。
9. $\log_5 0.04 =$ _____。
10. $\log_3 54 - 2 \log_3 2 + \log_3 6 =$ _____。

11. $(\log_2 3 + \log_4 9)(\log_3 2 + \log_9 \frac{1}{8}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

12. 不等式 $\log_3(x+1) \leq \log_9(5x-1)$ 。

其解為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

13. 方程式 $\log_3(x+4) + \log_3(x-4) = 2$ 。

其解為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

14. 令 $a = \log 2$ ， $b = \log 3$ ，利用換底公式以 a, b 來表示 $\log_2 72 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

15. 假設服用某種藥物以後，每 8 小時身體可以代謝掉三分之一，則服用此藥物 120 毫克以後，經過 $\underline{\hspace{2cm}}$ 小時，體內的藥物殘留量才會少於 20 毫克。(四捨五入至小數點後第一位)

16. 將 $(\frac{3}{4})^{200}$ 化成小數，小數點後第 $\underline{\hspace{2cm}}$ 位才出現非 0 的數字。

三、計算題（共 19 分）

在心理學中，人類感官與實際的數值之間的關係，常常會運用到對數函數，其中一個例子為席克法則：若今天人在做選擇時，有 n 個選擇（ n 為正整數），則作出選則的時間 T 和 n 的關係為：

$$T = b \times \log_2(n + 1), \text{ 其中 } b \text{ 為常數}$$

1. 小龍在吃晚餐時，如果有 3 種選擇，做出決定的時間為 T_1 ，在同樣情況下，當選擇性變成 5 倍共 15 種選擇時，做出決定的時間為 T_2 ，請問 T_2 是 T_1 的幾倍？（3 分）
2. 在考試作答時，不考慮閱讀量與內容性，單以題型來考慮作答時間下，5 個選項單選題之作答時間為是非題（對與錯兩種選擇）之作答時間的幾倍？（ $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ，四捨五入至小數點以下第 2 位）（6 分）



岡山高中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高二數學科 A

一、多選題

1.	2.	3.
(2)(4)(5)	(1)(4)(5)	(2)(3)(4)(5)

二、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
(A)	$a > c > b$	3	(C)	(B)
6.	7.	8.(1)	8.(2)	9.
$-7 ; 0$	13 與 14	1.0791	$65 ; 5$	-2
10.	11.	12.	13.	14.
4	-1	$1 \leq x \leq 2$	5	$\frac{3a + 2b}{a}$
15.	16.			
35.3	25			

三、計算題

1.	2.
2	1.63