

鳳山高中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高二數學科 A

一、單選題 (每題 6 分, 共 12 分)

- () 1. 若實數 a 滿足 $\log_2 a - \left(\frac{1}{2}\right)^a = 0$, 實數 b 滿足 $\log_{\frac{1}{2}} b - \left(\frac{1}{2}\right)^b = 0$, 實數 c 滿足 $\log_2 c - \log_{\frac{1}{2}} c = 0$, 則下列選項何者正確?
 (A) $a > b > c$ (B) $a > c > b$ (C) $b > a > c$ (D) $c > b > a$ (E) $c > a > b$
- () 2. 在股票市場中常會聽到「漲停」與「跌停」這兩個專有名詞, 漲停是指在某交易時段內股票價格允許的最大漲幅, 而跌停與漲停相反, 是指在某交易時段內股票價格允許的最大跌幅, 此機制用來防止交易價格產生劇烈的波動, 臺灣的金融監督管理委員會從民國 104 年 6 月 1 日起將股票的漲(跌)幅限制由 7% 放寬至 10%。某股票當天的收盤格為跌停, 意思是相較前一天收盤價格減少 10%; 某股票當天的收盤價格為漲停, 意思是相較前一天的收盤價格增加 10%。若價格為 100 元的股票依民國 104 年 6 月 1 日前的舊制度連續漲停 10 天後收盤價格為 x 元; 則依現行的新制度, 價格為 100 元的股票連續漲停至少幾天, 收盤價格才能達到 x 元? (已知 $\log 1.07 \approx 0.0294$, $\log 1.1 \approx 0.0414$)
 (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

二、多選題 (每題 7 分, 共 21 分, 7-4-2-0)

- () 1. 請問下列哪些選項是正確的?
 (A) $\sqrt[3]{4} > \sqrt[4]{4}$ (B) $2^{2023} - 2^{2022} > 2^{2022} - 2^{2021}$
 (C) $\log 2023 - \log 2022 > \log 2022 - \log 2021$ (D) $\log_{0.3} 0.4 - \log_3 4$ (E) $\log_{\sqrt{3}} \sqrt{4} = \log_3 4$
- () 2. 設 $a > b > 1$, $0 < x < 1$, 請問下列哪些選項是正確的?
 (A) $x^{-a} > x^{-b}$ (B) $\left(\frac{1}{a}\right)^x > \left(\frac{1}{b}\right)^x$ (C) $\log_a x > \log_b x$
 (D) $\log_a \frac{1}{b} > \log_b \frac{1}{a}$ (E) $\log_a \sqrt{x} > \log_a x > \log_a (x^2)$
- () 3. 坐標平面上, 已知直線 L 與函數 $y = 2^x$ 的圖形有兩個交點 $P(a, b)$, $Q(c, d)$, 且 \overline{PQ} 的中點在 y 軸上, 試選出正確的選項。
 (A) L 的斜率大於 0 (B) $bd = 1$ (C) $ac = -1$ (D) L 的 x 截距大於 -1 (E) L 的 y 截距大於 1

三、填充題 (共 67 分)

1. 試求 $\log \frac{7}{36} + 5 \log 2 - \log \frac{14}{25} + 2 \log 3 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2. 設 a, b 為正實數, 且 $\log a = \log_{100} b = \log_{1000} (3a + 2b)$, 試求 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 設指數函數 $y = a^x$ 的圖形上有三點 (p, q) , (r, s) , (u, v) , 已知 $r - p = 3$, $u - r = 2$, 且 $v = 9s$, 試求 $\frac{v}{q} =$ _____。

4. 若 $3 \log_a 1024$ 為正整數, 則正整數 a 共有 _____ 個。

5. 試求方程式 $\log_2 x - \log_x 4 + 1 = 0$ 的解 $x =$ _____。

6. 設 $-2 \leq x \leq 2$, $f(x) = 4^{x+1} - 2^{x+3}$ 的最大值為 M 與最小值為 m , 試求數對 $(M, m) =$ _____。

7. 試解下列不等式：

(1) $(\frac{1}{4})^x + 2 \cdot (\frac{1}{2})^x - 8 \geq 0$ 之解為 _____。

(2) $\log_{\frac{1}{3}}(\log_8 x) > 1$ 之解為 _____。

8. 已知函數 $f(x) = b + \log_a x$ 的 4 個函數值如下表，試求數對 $(m, n) =$ _____ 。

x	$\frac{1}{4}$	2	4	8
$f(x)$	m	n	$10 - m$	$n + 4$

9. 已知 $a > 1$ ，若 a^{2022} 乘開後的整數部分為 37 位數，且最高位數的數字為 5，若將 $(\frac{1}{a})^{1011}$ 化為小數，小數點後第 n 位開始出現不為 0 的數字，且此數字為 m ，則 $n + m$ 之值為 _____ 。

10. 鉛製容器中有兩種質量相同的放射性物質甲與乙，且甲的半衰期為 30 小時，已知經過 120 小時後甲的質量為乙的 4 倍，試求乙的半衰期為 _____ 小時。

11. 設 $a > 0, a \neq 1, x$ 為實數，已知函數 $f(x) = \log_a(x^2 - 2ax + 5a - 2)$ 的最大值為 2，則 $a =$ _____ 。

12. 設 $f(x) = \log_2(x - 1), g(x) = \log_2(x + 10)$ ，若 $x = k$ 與 $y = f(x), y = g(x)$ 分別交於 A, B 兩點，則滿足 $\overline{AB} \geq 1$ 正整數 k 有 _____ 個。

鳳山高中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高二數學科 A

一、單選題

1.	2.
(B)	(D)

二、多選題

1.	2.	3.
(A)(B)(E)	(A)(C)(D)(E)	(A)(B)(E)

三、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
2	3	243	8	2 or $\frac{1}{4}$
6.	7.(1)	7.(2)	8.	9.
(32, -4)	$x \leq -1$	$1 < x < 2$	(1, 7)	23
10.	11.	12.		
20	$\frac{1}{2}$	11		