

高雄女中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高二數學科 A

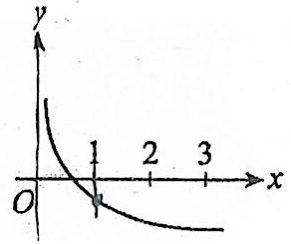
一、單選題 (每題 5 分, 共 15 分)

() 1. 請問指數方程式 $3^{10^x} = 10^{9.542}$ 的解 x 最接近下列哪一個選項?

- (1) 1.2 (2) 1.3 (3) 1.4 (4) 1.5 (5) 1.6

() 2. 右圖為函數 $y = \log_b a + \log_b x$ 之部分圖形, 其中 $a > 0, b > 0, b \neq 1$, 則

- (1) $a > 1, b > 1$ (2) $0 < a < 1, b > 1$ (3) $a = 1, b > 1$
(4) $a > 1, 0 < b < 1$ (5) $0 < a < 1, 0 < b < 1$



() 3. 下列敘述何者錯誤?

- (1) 方程式 $2^{-x} - x^2 = 0$ 有 3 個相異實根
(2) $\log(\sqrt{6} - \sqrt{5}) \cdot \log(5 + 2\sqrt{6}) = \log(11 - 2\sqrt{30}) \cdot \log(\sqrt{3} + \sqrt{2})$
(3) $0.6^{0.6} > 0.6^{(0.6^{0.6})} > 0.6$
(4) 設 $a > 1 > b > 0$, 則 $\log_a b \geq \log_b a$
(5) $(\log 20)^3 - (\log 2)^3 - \log 20 \log 8 = 1$

二、多選題 (每題 8 分, 共 24 分, 8-6-4-2-0)

() 1. 下列各方程式, 哪些有實根?

- (1) $-x^2 = 2^{-|x|}$ (2) $x = \log|x|$ (3) $x = \log_2 \frac{1}{x}$ (4) $\log_3(-x) = -x$ (5) $1.1^x = x$

() 2. 試選出正確的選項。

- (1) $y = \log_2(-x)$ 與 $y = -2^x$ 兩者的圖形對稱於直線 $y = x$
(2) $y = \log_2 8x$ 的圖形可由 $y = \log_2 x$ 的圖形向上平移 8 個單位而得到
(3) $y = 3 \times 2^x$ 的圖形可由 $y = 2^x$ 的圖形向左平移 $\log_2 3$ 個單位而得到
(4) $|\ln 0.3| = \ln 0.3$
(5) 正數 a, b, c 為 $f(x) = \log_2 x$ 圖形上的三相異點 x 坐標, 則 $\frac{f(a)+f(b)+f(c)}{3} > f(\frac{a+b+c}{3})$

三、填充題 (每格 6 分, 共 54 分)

1. 求值 $(9^{\log_3 2}) \times \log_2 9 \times \log_{27} 4 =$ _____。

2. 已知 $a = \log_{13} 7, b = \log_3 \pi, c = \log_2 0.9$, 請比較 a, b, c 大小的關係為 _____。

3. 解方程式 $2 \times (4^x + 4^{-x}) - 7 \times (2^x + 2^{-x}) + 10 = 0$ ，則 $x =$ _____。

4. 解下列不等式：

(1) $(\frac{\pi}{3})^{2x^2+x+7} \leq (\frac{3}{\pi})^{2x-7}$ 。 _____。

(2) $\log_{\frac{1}{3}}(x-3) + \log_{\frac{1}{3}}(x-5) > -1$ 。 _____。

5. 設兩直線 $y = 4$ 和 $y = 12$ 分別與 $(\frac{1}{3})^x$ 的圖形交於 A 、 B 兩點，則 \overline{AB} 的長度為 _____。

6. 使得對數 $\log_{(x-2)}(-x^2 + 10x - 9)$ 有意義的整數有 _____ 個。

7. 已知從 x 軸的正向上由左而右的 A 、 B 、 C 、 D 四點，分別作鉛直線交 $y = a^x$ ($a > 1$) 的圖形於 E 、 F 、 G 、 H 四點，若 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$ ，且 $\overline{AE} = \frac{216}{125}$ ， $\overline{DH} = \frac{27}{8}$ ，求 $\overline{BF} =$ _____。

8. (1) 已知 $(\sqrt[3]{49})^{50}$ 為 m 位數且其最高位數為 n ，求數對 $(m, n) =$ _____。

(2) 將 $(\frac{2}{3})^{200}$ 表示成小數時，從小數點後第 _____ 位開始出現不為 0 的數字。

9. 目前國際使用芮氏規模來表示地震強度，設 $E(r)$ 為地震芮氏規模 r 時，震央所釋放出來的能量， r 與 $E(r)$ 的關係如下： $\log E(r) = 5.24 + 1.44r$ ，試問芮氏規模 7.1 的地震，其震央所釋放的能量是芮氏規模 6.6 的地震震央所釋放能量之 _____ 倍。(已知 $10^{1.44} = 27.54$)，請選出最接近的數值。
- (A) 1.44 (B) 5 (C) 7 (D) 9 (E) 85 倍

10. 近年來，臺灣空污嚴重，某公司生產了一種新型口罩，號稱可以過濾掉空氣中 40% 的懸浮微粒 (PM2.5)。若依照這個公司廣告說法，要使空氣中的 PM2.5 隔絕掉剩下原來的 5% 以下，理論上至少要戴 _____ 個口罩。(以正整數作答)

11. 已知 x 為正實數，求 $\sqrt{(\log_2 x - 4)^2 + (x - 3)^2} + \sqrt{(\log_2 x - 1)^2 + (x - 5)^2}$ 的最小值為 _____。

12. 設實數 x 滿足 $\log_{(5x+9)}(x^2 + 6x + 9) + \log_{(x+3)}(5x^2 + 24x + 27) = 4$ ，則 x 的最小值為 _____。

13. 若方程式 $|\log x| = ax + b$ 有 3 個實根 $R, 10R, 1000R$ ，求 $a \times b \times R =$ _____。

高雄女中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高二數學科 A

一、單選題

1.	2.	3.
(2)	(4)	(4)

二、多選題

1.	2.
(2)(3)(5)	(1)(3)

三、填充題

1.	2.	3.	4.(1)	4.(2)
$\frac{16}{3}$	$b > a > c$	0	$-\frac{3}{2} \leq x \leq 0$	$5 < x < 6$
5.	6.	7.	8.(1)	8.(2)
$\sqrt{65}$	5	$\frac{54}{25}$	(29, 1)	36
9.	10.	11.	12.	13.
B	6	$\sqrt{13}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{2025}$