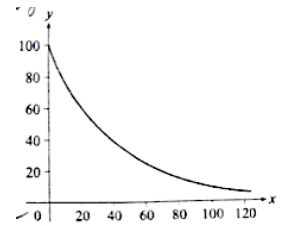


新莊高中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高二數學科 A

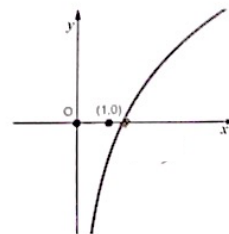
一、單選題（每題 5 分，共 20 分）

- () 1. 對數不等式 $\log_{\frac{1}{3}}(\log_5 x) \geq 1$ 的整解有
 (1) 0 個 (2) 1 個 (C) 2 個 (D) 3 個 (E) 無限多個
- () 2. 一杯 100°C 的水，在室溫 0°C 的環境下，其水溫（單位： $^\circ\text{C}$ ）與經過時間 x （單位：分鐘）的關係如右圖。：每 30 分鐘，水溫就會下降至 30 分鐘前的一半。例如：經過 30 分鐘後，水溫為 50°C ，60 分鐘後，水溫為 25°C ，其函數表示法為 $y = 100 \times (0.5)^{\frac{x}{30}}$ 。請問最快幾分鐘（取整數）後，水溫會低於 30°C ？
 (1) 44 分鐘 (2) 47 分鐘 (3) 50 分鐘 (4) 53 分鐘 (5) 56 分鐘
- () 3. 天文學以「星等」區分星星的亮度，先選擇某一特定的星光強度 F_0 為標準，對於發出星光強度 F 的星體，定義其「星等」 $m = -2.5 \times \log \frac{F}{F_0}$ ，並稱該星體為「 m 等星」。已知天狼星為 -1.4 等星，北極星為 2 等星，則天狼星的星光強度大約是北極星的幾倍？（已知 $\log 1.3 \approx 0.1139$ ， $\log 2.3 \approx 0.3617$ ， $\log 3.3 \approx 0.5185$ ）
 (1) 13 倍 (2) 23 倍 (3) 33 倍 (4) 43 倍 (5) 53 倍
- () 4. $A(a, \frac{1}{5})$ ， $B(b, \frac{1}{5})$ ， $C(c, \frac{1}{5})$ ， $D(d, \frac{1}{5})$ 四個點，依序分別在四個指數函數 $y = \pi^x$ 、 $y = \sqrt{2}^x$ 、 $y = 0.7^x$ 、 $y = (\frac{6}{11})^x$ 的圖形上，則 a 、 b 、 c 、 d 四個數的大小關係為
 (1) $b > a > c > d$ (2) $b > a > d > c$ (3) $c > d > a > b$ (4) $d > c > b > a$ (5) $d > c > a > b$
- () 5. 設 $|\log_3 x| - x = 0$ 的根為 α ， $|\log_3 x| - x^2 = 0$ 的根為 β ， $|\log_2 x| - x^2 = 0$ 的根為 γ ，三個數的大小關係為
 (1) $\alpha > \beta > \gamma$ (2) $\alpha > \gamma > \beta$ (3) $\beta > \alpha > \gamma$ (4) $\gamma > \alpha > \beta$ (5) $\gamma > \beta > \alpha$



二、多選題（每題 6 分，共 36 分，6-4-2-0）

- () 1. 下列哪些選項中二個函數的圖形對稱於 y 軸？
 (1) $y = (\frac{1}{3})^{5x}$ 與 $y = 3^{5x}$ (2) $y = \log x$ 與 $y = \log(-x)$ (3) $y = \log x$ 與 $y = \log_{0.1} x$
 (4) $y = 4^x$ 與 $y = \log_4 x$ (5) $y = \log_8(x+2)$ 與 $y = \log_8(x-2)$
- () 2. 設 $\log A = -11.2915$ 。請選出正確的選項。
 (1) $\log A$ 的首數為 -12 (2) $\log \sqrt{A}$ 的尾數為 0.64575 (3) $A > 1$
 (4) 若 $\log B = 11.2915$ ，則 $\frac{A}{B} = 10^{-22}$ (5) A 的最高位數字為 5
- () 3. 請選出正確的選項。
 (1) $\log_3 4 > \log_2 3$ (2) $(\frac{1}{4})^{\frac{1}{4}} > (\frac{1}{2})^{\frac{1}{2}}$ (3) $(\frac{1}{5})^{225} > (\frac{1}{3})^{333}$
 (4) $\frac{17^2 + 17^{-0.4}}{2} > 17^{0.8}$ (5) 若 $a > 1 > b > 0$ ，則 $\log_a b > \log_b a$
- () 4. 請選出正確的選項。
 (1) $y = 25 \times 5^x + 3$ 圖形可以由 $y = 5^x$ 圖形向右平移 2 單位，再向上平移 3 單位而得
 (2) 若 $\log 5 = a$ ， $\log 7 = b$ ，則 $\log_2 35 = \frac{a+b}{1-a}$
 (3) 圖形 $y = 2^{-|x|}$ 與圖形 $x + y = 0$ 恰有 1 交點
 (4) 若 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ， x 是不等於 0 的數，則 $\log_a x^2 = 2 \log_a x$ 恆成立
 (5) 函數 $f(x) = \log(x^2 + 3x - 10)$ 在 $-6 \leq x \leq 5$ 範圍內的最大值為 $\log 30$ ，最小值為 $\log 8$



() 5. 右圖為函數 $y = \log_a(bx)$ 部分圖形，其中 a 、 b 為常數，請選出正確的選項。

- (1) $0 < a < 1$ (2) $a > 1$ (3) $0 < b < 1$ (4) $b > 1$ (5) $b = 1$

() 6. 已知 $1.253 \times 10^{845} < 7^{1000} < 1.254 \times 10^{845}$ ，請選出正確的選項。

- (1) $\log 7 > 0.846$ (2) $5 \cdot 10^{84} > 7^{100}$ (3) $2 \cdot 10^8 > 7^{10}$
 (4) 7^{1000} 為 846 位數 (5) 7^{1000} 的個位數字為 1

三、填充題（每格 5 分，共 45 分）

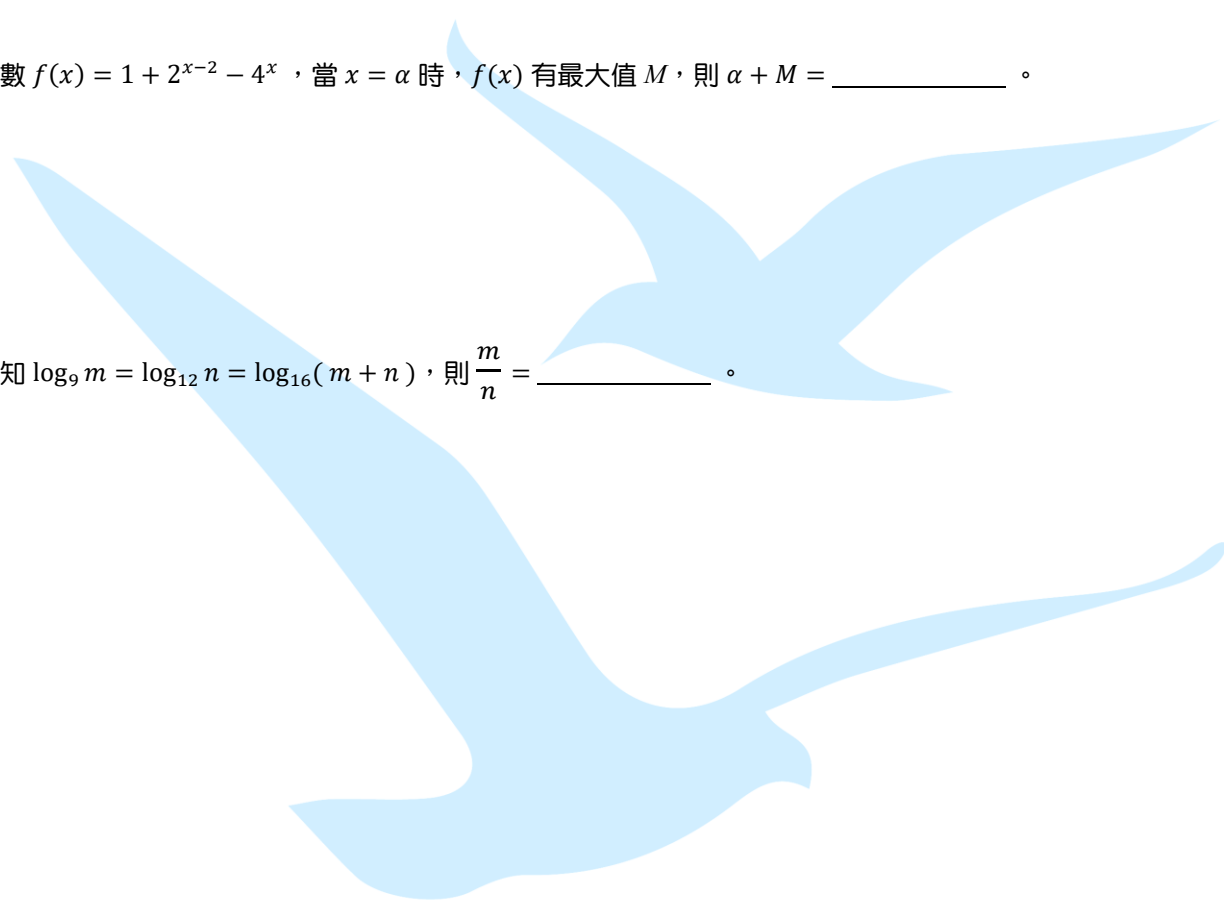
1. 方程式 $(\sqrt[5]{2})^{3x+1} = \frac{2^x}{8}$ 的解 $x =$ _____。

2. 若 α 為 $\log_{11} x + x - 6 = 0$ 的根， β 為 $11^x + x - 6 = 0$ 的根，則 $\log_{11} \alpha + 11^\beta =$ _____。

3. 設 $60^a = 3$ ， $60^b = 5$ ，則 $12^{\frac{1-a-b}{2(1-b)}}$ = _____。

4. x 為實數，若 $\log_{\frac{1}{9}} \left(\frac{x^2-x+1}{x^2+x+1} \right)$ 的最大值為 M 、最小值為 m ，則 $6M + 24m =$ _____。

5. $4 \log_2 \sqrt{8} - \log_{\sqrt{2}} 1 - 5^{\log_5 3} - \log_5 8 \times \log_2 25 =$ _____。

6. 小新向銀行貸款 100 萬，月利率 0.6%，每月複利計算。小新和銀行約定借款滿一個月後，每個月還款 1 萬元，則小新經過 _____ 年可以還清貸款（無條件進位取到整數）（已知 $\log 1.006 \approx 0.0026$ ）
7. 設 α 、 β 為 $\log_x 29 - \log_{29} x - 3 = 0$ 的二個根，則 $\log_\alpha \beta + \log_\beta \alpha =$ _____。
8. 函數 $f(x) = 1 + 2^{x-2} - 4^x$ ，當 $x = \alpha$ 時， $f(x)$ 有最大值 M ，則 $\alpha + M =$ _____。
9. 已知 $\log_9 m = \log_{12} n = \log_{16}(m + n)$ ，則 $\frac{m}{n} =$ _____。
- 

新莊高中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高二數學科 A

一、單選題

1.	2.	3.	4.	5.
(1)	(4)	(2)	(3)	(5)

二、多選題

1.	2.	3.	4.	5.
(1)(2)	(1)(5)	(3)(4)	(2)(3)	(2)(3)
6.				
(2)(4)(5)				

三、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
8	6	2	-9	-3
6.	7.	8.	9.	
13	-11	$-\frac{127}{64}$	$\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$	