

前鎮高中 108 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科

一、多選題(共 20 分，每題 5 分，5-3-1-0)

() 1. 下列哪些數是有理數？

(A) $\sqrt{108}$ (B) $\sqrt[3]{343}$ (C) 3.1415926 (D) $\sqrt{3+2\sqrt{2}} + \sqrt{3-2\sqrt{2}}$ (E) $\pi - 3$

() 2. 若 x, y 皆為實數，則下列選項何者正確？

(A) $x + y$ ， $x - y$ 及 $x \cdot y$ 皆為實數 (B) 若 $x \neq 0$ ，則 $\frac{y}{x}$ 必是有理數

(C) 若 $x^2 \geq y^2$ ，則 $x \geq y$ (D) 若 $|x + y| = |x| + |y|$ ，則 $xy \geq 0$ (E) 若 $x + y\sqrt{2} = 0$ ，則 $x = y = 0$

() 3. 若 x, y 皆為正實數， n 為正整數。下列關於指數的敘述，請選出正確的選項。

(A) $(x^2 y^3)^2 = x^4 y^9$ (B) $x^n \cdot x^{-n} = 1$ (C) $x^n = \left(\frac{1}{x}\right)^n$ (D) 若 $x^n = y$ ，則 $x = y^{\frac{1}{n}}$

(E) $(12 + 6\sqrt{3})^{\frac{1}{2}} \times (3 - \sqrt{3})^{-1} = 2 + \sqrt{3}$

() 4. 若 a, b 為負實數且 $a < b$ ，則下列選項的值等於 $|a - b|$ ？

(A) $a - b$ (B) $b - a$ (C) $|a| - |b|$ (D) $|b| - |a|$ (E) $\|b| - |a|\|$

二、填充題(共 50 分)

1. 請計算下列各式之值：

(1) $108^3 + 6 \times 108^2 + 12 \times 108 + 8 =$ _____ (2) $216^{\frac{1}{3}} \times 9^{\frac{3}{2}} \times 2^{-2} =$ _____

(3) $10^{\log 2} \times 10^{\log 50} - 10^{\log 1} =$ _____ (4) $(2 + \sqrt{3})^{2019} \times (2 - \sqrt{3})^{2019} =$ _____

2. 試解不等式 $|3x + 1| > 5$ ：_____

3. 數線上 $A(-7)$ 、 $B(8)$ ， P 為直線上一點使得 $\overline{AP} : \overline{BP} = 3 : 2$ ，求 P 點可能之值 = _____ (兩解)

4. 若 x, y 為實數，且滿足 $|x - 2| \leq 1$ ， $|2y + 1| \leq 5$ ，則 $\frac{y}{x}$ 的範圍為 _____

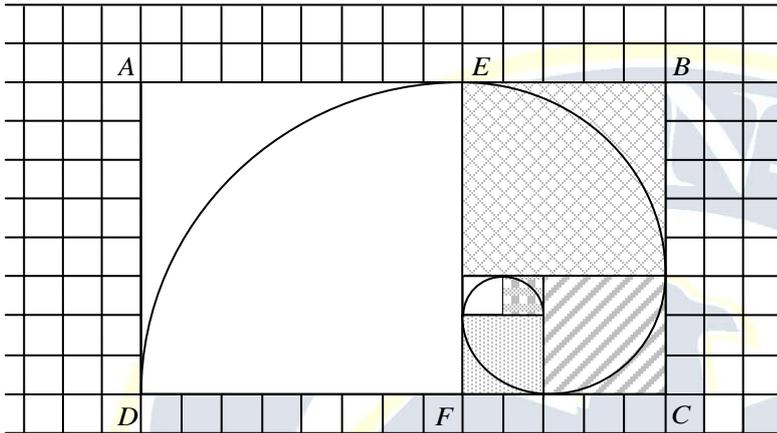
5. 若 $2^x - 2^{-x} = \sqrt{3}$ ，則 $8^x - 8^{-x} =$ _____

6. 心理學家常用數學模式 $L(t) = a \times (1 - 10^{-bt})$ 來描述學生經過 t 小時後的學習量，其中 a 、 b 為實數。例如，某人專心的背誦英文單字，1 小時之後單字的學習量是 16 個，2 小時後的學習量是 36 個。在此模式沒有改變的情形下，利用上面的數據計算經過 3 小時後，此人的單字學習量是 _____ 個

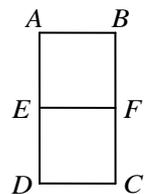
7. 小飛依照數學老師所講的步驟摺了 1 個正立方體，經測量得其體積為 500 立方公分，小飛想在正立方體的表面貼上色紙，請問此正立方體的表面積總和約為_____平方公分(提示： $2^9 = 512$)
 (A)320 (B)340 (C)360 (D)380 (E)400

三、計算說明題(共 30 分)

1. 小翔在 youtube 上看到一個影片介紹如何繪製黃金矩形，只要在畫有等距直線的方格紙(單位方格為 $1\text{cm} \times 1\text{cm}$ 的正方形)，選擇兩個相鄰的單位方格並塗上不同顏色，之後在矩形區域的一側，替矩形的較長邊為邊長的正方形塗上顏色，一直重複即可繪出黃金矩形；若在每個有塗上顏色的正方形內畫上 $\frac{1}{4}$ 個圓周可得一條螺線，稱為黃金螺線，如下圖所示，試回答下列問題：



- (1) 上圖的黃金矩形 $ABCD$ ，如果要再製造最大的黃金矩形，請問下一個正方形的面積應該多少？
 (A)81 (B)121 (C)169 (D)196 (E)225。(3 分)
- (2) 將上圖的 $ABCD$ 截去正方形 $AEFD$ 後，剩下的長方形 $BCFE$ 與 $ABCD$ 的長寬比相同，我們將滿足這樣條件的長方形稱為黃金矩形，長與寬的比值稱為黃金比例；假設 $\overline{AB} = a$ ， $\overline{AD} = b$ ，則 $\overline{BE} = a - b$ ，所以 $\frac{a}{b} = \frac{b}{a - b}$ ，請計算黃金比例 $\frac{a}{b}$ 的值。(3 分)
- (3) 以 ϕ (讀做 *phi*) 表示黃金比例，則試求 $\phi + \frac{1}{\phi}$ 的數值。(4 分)
2. 目前國際使用芮氏規模來表示地震強度，設 $E(r)$ 為地震芮氏規模 r 時震央所釋放出來的能量(單位為焦耳)， r 與 $E(r)$ 的關係如下： $\log E(r) = 4.8 + 1.5r$ 。試回答下列問題：
- (1) 1999 年發生於南投縣集集鎮的芮氏規模 7.3 地震，其震央所釋放的能量是 10^a 焦耳，試求 a 值。(3 分)
- (2) 1999 年的南投集集大地震，其震央所釋放的能量是 2016 年發生於高雄美濃芮氏規模 6.6 地震之震央釋放能量的 10^b 倍，試求 b 值。(3 分)
- (3) 已知近似值 $10^{0.3010} \approx 2$ ， $10^{0.4771} \approx 3$ ， $10^{0.05} \approx 1.122$ ，請估算上式所求 10^b 倍的近似值接近下列哪個選項？(4 分)
 (A)2 (B)3 (C)11 (D)17 (E)20
3. 前鎮高中為推廣食農教育於校園內規劃一塊地讓學生體驗農夫生活，可種面積為 120 平方公尺的「日」字形區域(如圖所示)，學校用鐵絲網圍初可種植區域， $ABFE$ 地種蔬菜， $FECD$ 地種地瓜，兩塊區域大小完全一樣。試回答下列問題：



- (1) 設 $\overline{AB} = x$ ， $\overline{AE} = y$ ，試用 x, y 表示鐵絲全長。(3 分)
- (2) 續上題，試求 xy 的值。(3 分)
- (3) 至少要準備多少公尺的鐵絲？(不計鐵絲的寬度，4 分)

前鎮高中 108 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科簡答

一、多選題(共 20 分，每題 5 分，5-3-1-0)

1.	2.	3.	4.
(B)(C)	(A)(D)	(B)(D)(E)	(B)(C)(E)

二、填充題(共 50 分)

1.(1)	1.(2)	1.(3)	1.(4)	2.
1331000	$\frac{81}{2}$	99	1	$x > \frac{4}{3}$ 或 $x < -2$
3.	4.	5.	6.	7.
2 或 38	$-3 \leq \frac{y}{x} \leq 2$	$6\sqrt{3}$	61	(D)

三、計算說明題(共 30 分)

	(1)	(2)	(3)
1.	(C)	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	$\sqrt{5}$
	(1)	(2)	(3)
2.	15.75	1.05	(C)
	(1)	(2)	(3)
3.	$3x+4y$	60	$24\sqrt{5}$