

瑞祥高中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高二數學科 A

一、配合題 (每題 2 分, 共 10 分)

- () 1. $0 < a < 1, y = a^{-|x|}$
 () 2. $a > 1, y = a^{-|x|}$
 () 3. $0 < a < 1, y = \log_a(-x)$
 () 4. $a > 1, y = \log_a|x|$
 () 5. 若 $0 < a < 1, y = a^x$ 則其對稱於 $y = x$ 之函數圖形為何?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
(F)	(G)	(H)	(I)	

二、多選題 (每題 10 分, 共 20 分, 10-6-2-0)

- () 1. 考慮坐標平面上滿足 $4^x = (\frac{1}{3})^y$ 的點 $P(x, y)$, 已知所有可能的點 $P(x, y)$ 構成的圖形為一直線, 且該直線斜率為 m , 是問下列哪一個選項是正確的?
 (1) $(\log 3, \log 4)$ 是一個可能的 P 點 (2) $(0, 0)$ 是一個可能的 P 點 (3) 點 $P(x, y)$ 滿足 $xy \leq 0$
 (4) $m \leq -1$ (5) 若 $(3, y_1), (4, y_2)$ 均為 $4^x = (\frac{1}{3})^y$ 圖形上的點, 則 $|y_2 - y_1| < 1$
- () 2. 已知 $0 < a < 1, 0 < x_1 < x_2$, 設函數 $f(x) = a^x$ 與 $g(x) = \log_a x$, 請選出正確的選項。
 (1) $f(x)$ 的圖形與 $g(x)$ 的圖形對稱於直線 $y = x$ (2) $f(x)$ 的圖形與 $g(x)$ 的圖形沒有交點
 (3) $f(\frac{x_1+x_2}{2}) < \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$ (4) $g(\frac{x_1+x_2}{2}) < \frac{g(x_1)+g(x_2)}{2}$
 (5) 點 (s, t) 為函數 $f(x)$ 圖形上之一點, 則點 $(t \times a^2, s + 2)$ 在函數 $g(x)$ 圖形上

三、填充題 (每格 5 分, 共 70 分)

1. $3^{\log_3 5} + \log_2 3 \times \log_3 4 + \log \frac{2}{3} + \log 45 - \log \frac{3}{10} + 2^{\frac{\log 25}{\log 4}} = \underline{\hspace{2cm}} .$

2. 現在鋼琴音階的依循規則為中國明代音樂家朱彥瓊餘萬曆十二年（1584 年）首次提出，後由傳教士利瑪竇傳向歐洲而廣為世人所知的十二平均律（英語：Equal temperament）。其內容敘述：將一個八度平均平分成十二等份，每等分稱為半音。將八度音的頻率分為十二等分，即是分為十二項的等比數列，也就是每個音的頻率為前一個音的 $\sqrt[12]{2}$ 倍。試問：假設第 1 個音的頻率為 1，如果第 n 個音的頻率為 4，則 n 的值為 _____。

3. 解不等式： $(\frac{1}{4})^{x^2+2022x+3} > \frac{1}{8} \times (\frac{1}{2})^{2022x+5}$ 。 _____。

4. 解不等式： $(\log_{\frac{1}{3}} x - 1)(\log_{\frac{1}{4}} x + 2)(\log_{\frac{1}{5}} x - 3) > 0$ 。 _____。

5. $3 \log_{27}(\log_2 343) + 4 \log_{81}(\log_7 512) =$ _____。

6. $(\log_4 25 + \log_2 \sqrt{5} + \log_{16} 25)(\log_{\frac{1}{25}} 4 + \log_{0.2} 0.5) =$ _____。

7. 設 $x \in R$ ，求使 $\log_{2x-1}(-3x^2 + 11x - 6)$ 有意義之 x 值的範圍為 _____。

8. 若 α, β 為 $x^2 + 2x \log 5 + \log \frac{5}{2} = 0$ 之兩根，則 $10^\alpha + 10^\beta =$ _____。

9. 設 α 、 β 皆為實數並滿足 $3^\alpha + \alpha = 2187 = \beta + \log_3 \beta$ ，則 $\log_3(\alpha + \beta) =$ _____。
10. 若 $-1 \leq x \leq 3$ ， $(\frac{1}{3})^{x^2-2x+2}$ 的最大值 M 、最小值 m ，則 $M + m =$ _____。
11. 方程式 $|\log_{2021}|x - 2022|| = 2023$ 的所有實數解的和為 _____。
12. 令 $S_n = 1 + 10^{\log_3 5} + 10^{2\log_3 5} + 10^{3\log_3 5} + \dots + 10^{(n-1)\log_3 5}$ ，則 S_{100} 為 _____ 位數。($\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$)
13. 民國 111 年 9 月 13 日晚間 9 點 47 分，台東關山發生芮氏規模 6.4 的地震，不到 17 個小時，9 月 18 日下午 2 點 44 分，台東池上又發生芮氏規模 6.8 的強震。此時阿宇想起幾年前發生在台南維冠金龍大樓倒塌的畫面，在 2016 年 2 月 6 日上午 3 時 57 分，因發生在高雄美濃芮氏規模 6.6 的地震而倒塌的事故，為臺灣史上因單一建築物倒塌而造成傷亡最慘重的災難事件。於是阿宇上網查了地震的相關資訊才瞭解，國際上常用地震規模來衡量地震釋放出的能量，而國內又常以芮氏規模做為報導的主要參考。根據中央氣象局資料，如果設芮氏規模為 r 的地震釋放能量為 E 爾格，則 r 與 E 的數學關係為 $\log E = 11.8 + 1.5r$ 。請問池上地震釋放出的能量約為美濃地震的 _____ 倍。(以 10^n 表示)
14. 阿杰與阿碩同解方程式 $\log_2 x + b + a \log_x 2 = 0$ ，阿杰看錯 b 解得兩根 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{8}$ ；阿碩看錯 a 解得兩根 $\frac{1}{2}$ 、64。則真正的兩根為 _____。

瑞祥高中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高二數學科 A

一、配合題

1.	2.	3.	4.	5.
(C)	(A)	(I)	(H)	(E)

二、多選題

1.	2.
(2)(3)(4)	(1)(3)(4)(5)

三、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
14	25	$-1 < x < 1$	$0 < x < \frac{1}{125}$ or $\frac{1}{3} < x < 16$	3
6.	7.	8.	9.	10.
0	$\frac{2}{3} < x < 1$ or $1 < x < 3$	$\frac{1}{2}$	7	$\frac{82}{243}$
11.	12.	13.	14.	
8088	23	$10^{0.3}$	4, 8	