

道明高中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高二數學科 A

一、單選題（每題 5 分，共 25 分）

- () 1. 設 $a = (\frac{1}{2})^{\frac{1}{6}}$, $b = (\frac{1}{3})^{\frac{1}{10}}$, $c = (\frac{1}{5})^{\frac{1}{15}}$, 則下列選項何者為真？
 (1) $a < b < c$ (2) $b > c > a$ (3) $c > a > b$ (4) $a > c > b$ (5) $c > b > a$
- () 2. 若 7^{50} 的位數為 a , 最高位數字為 b , 個數位數為 c , 則 $a + b + c =$
 (1) 50 (2) 51 (3) 52 (4) 53 (5) 54
- () 3. 解 $3^{x^2-3x+5} < 27$ 的解為 $\alpha < x < \beta$, 其中 α, β 為實數, 則 $\beta - \alpha =$
 (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5
- () 4. 設 $\log_2 3 = a$, $\log_3 7 = b$, 則請以 a, b 表示 $\log_{42} 63 =$
 (1) $\frac{a+ab}{2+a+ab}$ (2) $\frac{2a+ab}{1+a+ab}$ (3) $\frac{a+2ab}{1+a+ab}$ (4) $\frac{a+ab}{1+2a+ab}$ (5) $\frac{2a+ab}{2+a+ab}$
- () 5. 已知函數 $y = f(x) = \log(x+1)$, $x_1 > x_2 > x_3 \geq 1$ 且 $a = \frac{x_1}{f(x_1)}$, $b = \frac{x_2}{f(x_2)}$, $c = \frac{x_3}{f(x_3)}$, 則 a, b, c 的大小關係為下列哪一個選項？
 (1) $b > c > a$ (2) $a > c > b$ (3) $b > a > c$ (4) $a > b > c$ (5) $c > a > b$

二、多選題（每題 10 分，共 30 分，10-6-2-0）

- () 1. 下列各敘述哪些正確？
 (1) $y = \log x$ 與 $y = \log 3x$ 的圖形透過平移可以完全重合
 (2) $y = (\frac{1}{10})^x$ 與 $y = -\log x$ 的圖形對稱於 $x = y$
 (3) 若 $f(x) = \log x$, 且 $x_1 \neq x_2$, 則 $\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2} > f(\frac{x_1+x_2}{2})$
 (4) $7^{2\log_7 5} = 10$
 (5) 設 x, y 為實數, 則 $\log(x^3 \cdot y^3) = \log x^3 + \log y^3$
- () 2. 下列各方程式, 哪些洽為 2 個實根？
 (1) $\frac{x}{2} + 1 = 2^{-|x|}$ (2) $x = 2 + \log_3 |x|$ (3) $|\log_2 x| + x - 2 = 0$ (4) $x - 1 = 3^{-x}$ (5) $2^x = x^2$
- () 3. 設 (a, b) 為函數 $y = \log_3 x$ 圖形上之一點, 下列哪些正確？
 (1) (b, a) 為函數 $y = 3^x$ 圖形上之一點 (2) $(\frac{1}{b}, a)$ 為函數 $y = (\frac{1}{3})^x$ 圖形上之一點
 (3) (a^2, b) 為函數 $y = \log_9 x$ 圖形上之一點 (4) $(3a, 3b)$ 為函數 $y = \log_3 x$ 圖形上之一點
 (5) $(b, 2a)$ 為函數 $y = 9^x$ 圖形上之一點

三、填充題

1. 設 $\log_a x = 3$, $\log_b x = 4$, $\log_c x = 5$, 則 $\log_{abc} x =$ _____。

2. 設 $f(x) = 3^{2x} - 2 \cdot 3^{x+1} + 1$, $0 \leq x \leq 2$, 試求 $f(x)$ 的最大值為 M , 最小值為 m , 則 $M - m =$ _____。
3. 解不等式： $\log_2 \left(\log_{\frac{1}{4}} (\log_4 x) \right) > -1$ 的解 $a < x < b$, 則 $a + b =$ _____。
4. 求方程式 $\log_3(3^x - 243) = \frac{x}{2} + 2 + \log_3 2$, 得 $x =$ _____。
5. 解方程式： $x^{\log x} = \frac{10000}{x^3}$, 得 x 的兩根為 α 與 β , 且 $\alpha > \beta$, 則 $\alpha =$ _____。
6. 放射性物質的質量 M 衰變成 $\frac{1}{2}M$ 所需的時間稱為半衰期。設有一放射性物質原來的質量為 1024 毫克, 且它的半衰期為 32 年。則當此物質剩下 16 毫克時, 需經過 _____ 年。
7. 角色扮演遊戲 (Role-Playing Game) 是一種遊戲類型, 簡稱 RPG, 玩家在遊戲中可扮演一個或多個角色進行遊戲, 並通過操控遊戲角色與敵人戰鬥, 提升戰鬥力、收集裝備以及完成遊戲設定的任務關卡。已知某款 RPG 手遊中的角色人物只要每通過 1 關, 就可提升戰鬥 20%, 則至少需通過 _____ 關才能使戰鬥力超過原先的 4 倍。

8. 2002 年時，路德維希-馬克西米利安慕尼黑大學的物理教授雷克（Arnd Leike）因為證明了啤酒泡沫的消散符合指數衰減規律而獲得搞笑諾貝爾獎。小威對這個實驗非常有興趣而進行探究與實作，他將啤酒裝在量筒裡，每 12 秒就紀錄一次，測量開罐後的泡沫消失情形是否真的符合指數衰減定律。實驗結果顯示，啤酒沫的初始高度為 2.6 公分，接著每 12 秒泡沫減少的高度依序是 1.2、0.6、0.3 公分，若啤酒高度 $f(t)$ （單位：公分）與時間 t （單位：分鐘）可表為函數 $f(t) = a + b \cdot 2^{-ct}$ ，求 $(a + b) \cdot c =$ _____。

9. 若 x 為實數，且 $\sqrt{2^x(2^x - 8) + x(x - 2) + 17} + \sqrt{2^x(2^x - 2) + x(x - 10) + 26}$ 的最小值 m ，則 $\frac{-m}{10} =$ _____。



道明高中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高二數學科 A

一、單選題

1.	2.	3.	4.	5.
(5)	(4)	(1)	(2)	(4)

二、多選題

1.	2.	3.
(1)(2)	(1)(3)	(1)(3)

三、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
$\frac{60}{47}$	36	3	6	10
6.	7.	8.	9.	
192	8	13	$-\frac{1}{2}$	