

道明高中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高二數學科 B

一、單選題 (每題 5 分, 共 15 分)

- ( ) 1. 令  $a = 2^{160}$ ,  $b = 3^{100}$ ,  $c = 5^{70}$ , 請選出正確的大小關係。  
 (1)  $a > b > c$  (2)  $a > c > b$  (3)  $b > a > c$  (4)  $b > c > a$  (5)  $c > a > b$
- ( ) 2. 若  $7^{50}$  的位數為  $a$ , 最高位數字為  $b$ , 個位數為  $c$ , 則  $a + b + c =$   
 (1) 50 (2) 51 (3) 52 (4) 53 (5) 54
- ( ) 3. 解  $3^{x^2-3x+5} < 27$  的解為  $\alpha < x < \beta$ , 其中  $\alpha, \beta$  為實數, 則  $\beta - \alpha =$   
 (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5
- ( ) 4. 設  $\log_2 3 = a$ ,  $\log_3 7 = b$ , 則請以  $a, b$  表示  $\log_{42} 63 =$   
 (1)  $\frac{a+ab}{2+a+ab}$  (2)  $\frac{2a+ab}{1+a+ab}$  (3)  $\frac{a+2ab}{1+a+2ab}$  (4)  $\frac{a+ab}{1+2a+ab}$  (5)  $\frac{2a+ab}{2+a+ab}$
- ( ) 5. 已知兩實數  $a, b$ , 若  $A(1, a), B(3, b)$  兩點對直線  $y = x$  的對稱點分別為  $A', B'$ , 且  $A', B'$  均在對數函數  $y = \log_2 x$  的圖形。試問下列何者是梯形  $ABB'A'$  的高?  
 (1) 5 (2)  $5\sqrt{2}$  (3) 4 (4)  $4\sqrt{2}$  (5) 3

二、多選題 (每題 10 分, 共 30 分, 10-6-2-0)

- ( ) 1. 下列各敘述哪些正確?  
 (1)  $y = \log x$  與  $y = \log 3x$  的圖形透過平移可以完全重合  
 (2)  $y = (\frac{1}{10})^x$  與  $y = -\log x$  的圖形對稱於  $x = y$   
 (3) 若  $f(x) = \log x$ , 且  $x_1 \neq x_2$ , 則  $\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2} > f(\frac{x_1+x_2}{2})$   
 (4)  $7^{2\log_7 5} = 10$   
 (5) 設  $x, y$  為實數, 則  $\log(x^3 \cdot y^3) = \log x^3 + \log y^3$
- ( ) 2. 下列各方程式, 哪些恰為 2 個實根?  
 (1)  $\frac{x}{2} + 1 = 2^{-|x|}$  (2)  $x = 2 + \log_3 |x|$  (3)  $|\log_2 x| + x - 2 = 0$  (4)  $x - 1 = 3^{-x}$  (5)  $2^x = x^2$
- ( ) 3. 設  $(a, b)$  為函數  $y = \log_3 x$  圖形上之一點, 下列哪些正確?  
 (1)  $(b, a)$  為函數  $y = 3^x$  圖形上之一點 (2)  $(\frac{1}{b}, a)$  為函數  $y = (\frac{1}{3})^x$  圖形上之一點  
 (3)  $(a^2, b)$  為函數  $y = \log_9 x$  圖形上之一點 (4)  $(3a, 3b)$  為函數  $y = \log_3 x$  圖形上之一點  
 (5)  $(b, 2a)$  為函數  $y = 9^x$  圖形上之一點

三、填充題

1. 設  $\log_a x = 3$ ,  $\log_b x = 4$ ,  $\log_c x = 5$ , 則  $\log_{abc} x =$  \_\_\_\_\_。

2. 設  $f(x) = 3^{2x} - 2 \cdot 3^{x+1} + 1$ ,  $0 \leq x \leq 2$ , 試求  $f(x)$  的最大值為  $M$ , 最小值為  $m$ , 則  $M - m =$  \_\_\_\_\_ 。

3. 解不等式： $\log_2(\log_4(\log_4 x)) > -1$  的解  $a < x < b$ , 則  $a + b =$  \_\_\_\_\_ 。

4. 求方程式  $\log_3(3^x - 243) = \frac{x}{2} + 2 + \log_3 2$ , 得  $x =$  \_\_\_\_\_ 。

5. 解方程式： $x^{\log x} = \frac{10000}{x^3}$ , 得  $x$  的兩根為  $\alpha$  與  $\beta$ , 且  $\alpha > \beta$ , 則  $\alpha =$  \_\_\_\_\_ 。

6. 放射性物質的質量  $M$  衰變成  $\frac{1}{2}M$  所需的時間稱為半衰期。設有一放射性物質原來的質量為 1024 毫克, 且它的半衰期為 32 年。則當此物質剩下 16 毫克時, 需經過 \_\_\_\_\_ 年。

7. 角色扮演遊戲 (Role-Playing Game) 是一種遊戲類型, 簡稱 RPG, 玩家在遊戲中可扮演一個或多個角色進行遊戲, 並通過操控遊戲角色與敵人戰鬥, 提升戰鬥力、收集裝備以及完成遊戲設定的任務關卡。已知某款 RPG 手遊中的角色人物只要每通過 1 關, 就可提升戰鬥力 20%, 則至少需通過 \_\_\_\_\_ 關才能使戰鬥力超過原先的 4 倍。

8. 2002 年時，路德維希-馬克西米利安慕尼黑大學的物理教授雷克（Arnd Leike）因為證明了啤酒泡沫的消散符合指數衰減規律而獲得搞笑諾貝爾獎。小威對這個實驗非常有興趣而進行探究與實作，他將啤酒裝在量筒裡，每 12 秒就紀錄一次，測量開罐後的泡沫消失情形是否真的符合指數衰減定律。實驗結果顯示，啤酒泡沫的初始高度為 2.6 公分，接著每 12 秒泡沫減少的高度依序是 1.2、0.6、0.3 公分，若啤酒高度  $f(t)$ （單位：公分）與時間  $t$ （單位：分鐘）可表為函數  $f(t) = a + b \cdot 2^{-ct}$ ，求  $(a + b) \cdot c =$  \_\_\_\_\_。
9. 設實數  $x$  滿足  $\log_{5x+4}(x^2 + 4x + 4) + \log_{x+2}(5x^2 + 14x + 8) = 4$ ，則  $x$  的最小值為 \_\_\_\_\_。



道明高中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高二數學科 B

---

一、單選題

1.	2.	3.	4.	5.
5	4	1	2	4

二、多選題

1.	2.	3.
1 2	1 3	1 3

三、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
$\frac{60}{47}$	36	3	6	10
6.	7.	8.	9.	
192	8	13	$-\frac{1}{2}$	