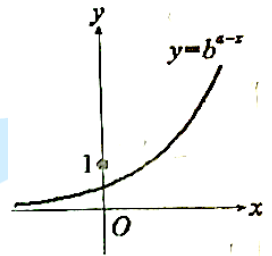


鳳新高中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高二數學科 A

一、單選題（每題 5 分，共 30 分）

- () 1. 設 x 為實數且 $1 < x < 6$ ，使得 $3^x + 5^{\frac{1}{2}}$ 為整數的 x 值有幾個？
 (1) 4 (2) 14 (3) 111 (4) 725 (5) 726
- () 2. $\frac{9}{4} \log_2 x = \log_x 2$ 的解 x 值恰好有幾個？
 (1) 0 個 (2) 1 個 (3) 2 個 (4) 3 個 (5) 4 個
- () 3. 下列哪一個函數圖形可以由 $y = 2^x$ 的圖形經過適當的平移得到？
 (1) $y = 3^x + 1$ (2) $y = \frac{2^x + 1}{5}$ (3) $y = 2^{2x+1}$ (4) $y = -2^x$ (5) $y = 2^{-x}$
- () 4. 已知 $A、B、C、D、E$ 五個點落在 $y = \log x$ 的圖形上，此五點的 y 坐標依序是 11、12、13、39、40。則 $\overline{AB}、\overline{BC}、\overline{DE}$ 的大小順序何者正確？
 (1) $\overline{AB} > \overline{BC} > \overline{DE}$ (2) $\overline{DE} > \overline{BC} > \overline{AB}$ (3) $\overline{BC} > \overline{AB} > \overline{DE}$ (4) $\overline{AB} > \overline{DE} > \overline{BC}$ (5) $\overline{DE} > \overline{AB} > \overline{BC}$
- () 5. 右圖是 $y = b^{a-x}$ 的圖形，則下列選項哪一個正確？
 (1) $a < 0, b > 1$ (2) $a < 0, 0 < b < 1$ (3) $a = 0, b > 1$
 (4) $a > 0, b > 1$ (5) $a > 0, 0 < b < 1$
- () 6. 設 $\log 1.4 = a, \log 3.5 = b$ ，則 $\log 7$ 用 $a、b$ 表示為何？
 (1) $\frac{a+b+1}{2}$ (2) $\frac{ab}{10}$ (3) $\frac{10(b-a)}{3}$ (4) $\frac{ab+a+2}{b}$ (5) $\frac{2a-b+2}{7}$



二、多選題（每題 5 分，共 30 分，5-3-1-0）

- () 1. 試選出正確的選項。
 (1) 方程式 $3^x + 4^{-x} = 0$ 有實數解
 (2) 若 $a、b$ 為正數，則 $\frac{1}{2} \log a + \log b = \frac{1}{2} \log ab$
 (3) 若 $a > 1 > b > 0$ ，則存在數對 (a, b) 滿足 $\log a = -3 \log b$
 (4) 若 $2 \leq x$ ，則 $f(x) = 2^x + 5^x$ 的最小值為 29
 (5) $x、y$ 為正實數且 $2x + 5y = 20$ ，則 $\log x + \log y$ 的最大值為 1
- () 2. 試選出正確的選項。
 (1) 方程式 $\log_2 x - \log_3 x^2 = 0$ 只有唯一實數解 (2) $\log_5 11 < \log 22$
 (3) 若 $b = (\frac{1}{10})^{2a}$ ，則 $a = -2 \log b$ (4) $\frac{(0.3)^2 + (0.3)^3}{2} > (0.3)^{2.6}$ (5) $\log_{(-2)} 4 = 2$
- () 3. $y = \log x$ 與 $y = 10^x$ 的圖形對稱於直線 $y = x$ ，如果把 $y = 10^x$ 圖形往左平移 2 單位，往下平移 3 單位得到圖形 Γ_1 ，同樣地也把 $y = \log x$ 的圖形往左平移 2 單位，往下平移 3 單位得到圖形 Γ_2 ，試選出正確的敘述。
 (1) 得到 Γ_1 凹口向下 (2) Γ_1 與 Γ_2 對稱於直線 $y = x$ (3) $y + 3 = \log(x + 2)$ 的圖形為 Γ_2
 (4) 若 $y = \log(x + 3) - 2$ 的圖形為 Γ_3 ，則 Γ_3 與 Γ_1 對稱於直線 $y = x$
 (5) Γ_2 圖形往左邊逐漸貼近直線 $x + 2 = 0$ ，即 $x + 2 = 0$ 為 Γ_2 的漸近線

() 4. 令 $a = 4^{40} \times 3^{100}$ 。試選出正確的選項。

(1) a 最高位數字為 5 (2) a 是 72 位數 (3) a 個位數字為 8

(4) $\frac{1}{a}$ 表示成小數時，從小數點後第 71 位開始出現不為 0 的數字

(5) $\frac{1}{a}$ 表示成小數時，從小數點後第一個不為 0 的數字為 2

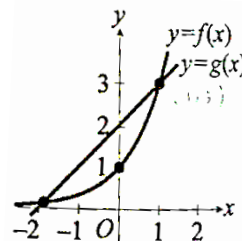
() 5. 圖為 $f(x) = 3^x$ 與 $g(x) = x + 2$ 的圖形，已知兩圖形交於 $A(\alpha, 3^\alpha)$ 、 $B(\beta, 3^\beta)$ 兩點，其中 $\alpha > \beta$ ，則下列選項哪些是正確的？

(1) A 點的坐標為 $(1, 3)$

(2) $\beta < -2$

(3) $3^{\frac{\alpha+\beta}{2}} < \frac{\alpha+\beta}{2} + 2$

(4) 若 $h(x) = f(x) - g(x)$ ，則 $h(x) = 0$ 恰有兩實根 α 、 β (5) 承(4)， $h(\beta + 1) > 0$



() 6. t 為非零實數，有關函數 $y = t \log x$ 的敘述，試選出正確的選項。

(1) $y = t \log x$ 與 $y = -t \log x$ 的圖形對稱於 x 軸

(2) $y = 2 \log x$ 的圖形與 $y = \log x^2$ 的圖形相同

(3) 不論 t 為何值， $y = t \log x$ 的圖形不會與 $y = \log_{\frac{2}{\pi}} x$ 的圖形相同

(4) 若等比數列 x_1, x_2, x_3 為三正數且公比 > 0 ，則 $t \log x_1, t \log x_2, t \log x_3$ 三數成等差數列

(5) 若等比數列 x_1, x_2, x_3 為三正數且公差 > 0 ，則 $t \log x_1, t \log x_2, t \log x_3$ 三數成等比數列

三、填充題（每格 5 分，共 30 分）

1. 鉛製容器中有兩種質量相同的放射性物質甲與乙，且甲的半衰期為 30 小時。已知經過 120 小時後甲的質量為乙的兩倍，則乙的半衰期為 _____ 小時。

2. 在坐標平面上， Γ 是邊長為 2 的正方形，其中心位在點 $(1, 1)$ ，且各邊與坐標軸平行。已知函數 $y = a \times 3^{-x}$ 的圖形與 Γ 相交，其中 a 為實數，則 a 的最大值為 _____。

3. 做某項試驗共有三種可能的結果，其發生的機率分別為 $\log_3 k$ 、 $\log_8 k$ 、 $\log_{64} k$ ，則實數 $k =$ _____。

4. 若不等式 $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) + \log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq -3$ ，則解 x 的範圍為 _____。
5. 設 x 為實數，若 $\log_{10}(x^2 + 4x + a)$ 的值恆為正數，則 a 範圍為 _____。
6. 方程式 $\log(10^x + 100) = \frac{x}{2} + 1 + \log 2$ 。則方程式的解為 _____。

四、計算題（共 10 分）

韋伯－費希納定理即提出「人體感覺大小與外來刺激強度量的對數成正比。」即人體的感覺量 S 與外來的刺激量 R 有著以下的關係式：

$$S = k \log \frac{R}{R_0}$$

其中 k 為常數， R_0 為各種不同刺激的基準值。假設外來刺激量 R 變為原來的 100 倍時， S 值會增加 30 單位，則當外來刺激量 R 變為原來的 200 倍，試計算 S 值會增加多少單位（小數點以下無條件捨去）？

鳳新高中 111 學年度 第一學期 第二次段考 高二數學科 A

一、單選題

1.	2.	3.	4.	5.
(5)	(3)	(2)	(2)	(5)
6.				
(1)				

二、多選題

1.	2.	3.	4.	5.
(3)(4)(5)	(1)(4)	(3)(4)(5)	(2)	(1)(3)(4)
6.				
(1)(4)				

三、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
24	18	2	$3 < x \leq 5$	$a > 5$
6.				
$x = 2$				

四、計算題

1.
34 單位