

岡山高中 111 學年度 第一學期 第三次段考 高二數學科 A 卷

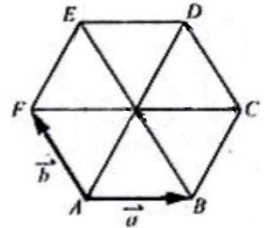
一、單選題

() 1. 設 x, y 為實數，三角形 ABC 滿足 $(x-2y-5)\overrightarrow{AB} + (x-y-3)\overrightarrow{AC} = \vec{0}$ ，則數對 (x, y) 為

- (A) (1, 2) (B) (1, -2) (C) (0, 0) (D) (2, 1) (E) (2, -1)

() 2. 如右圖， O 為正六邊形 $ABCDEF$ 的中心，令 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AF} = \vec{b}$ ，下列何者正確？

- (A) $\overrightarrow{AD} = 2\vec{a} + \vec{b}$ (B) $\overrightarrow{BE} = \vec{a} + 2\vec{b}$ (C) $\overrightarrow{AE} = 2\vec{a} + \vec{b}$
(D) $\overrightarrow{FB} = \vec{a} - \vec{b}$ (E) $\overrightarrow{AC} = 2\vec{a} - \vec{b}$

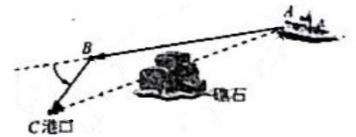


() 3. 下列何者正確？

- (A) 設 $\overrightarrow{AB} = (7, 2)$ ，若 $B(1, -2)$ ，則 A 點的坐標為 $(11, 0)$
(B) 設 $\vec{a} = (3, 4)$ ， $\vec{b} = (t, -3)$ ，若 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，則實數 t 的值為 -4
(C) 已知 O 點不在直線 AB 上，若 A, B, C 相異三點共線，且 $\overrightarrow{OA} = (1+3t)\overrightarrow{OB} + (4-t)\overrightarrow{OC}$ ，則 $t = -2$
(D) 已知 $|\vec{a}| = 1$ ， $|\vec{b}| = 2$ ，設 \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角為 150° ，則 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 之值為 -1
(E) 設 $\vec{a} = (0, 1)$ ， $\vec{b} = (120, -3)$ ，則 \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角為銳角

() 4. 有一艘貨輪位於 C 港口的東方 27 公里、北方 8 公里 A 處，原欲直線駛入港口，後因航線中有礁石不利航行，考量安全因素，航港局建議先朝位於港口的東方 2 公里、北方 3 公里 B 處的航標駛去，並於到達航標後，再修正航向以直線駛入港口，如圖所示，試問 \overrightarrow{BA} 與 \overrightarrow{BC} 向量的夾角最接近多少度？

- (A) 45 度 (B) 60 度 (C) 90 度 (D) 120 度 (E) 135 度



二、多選題

() 1. 已知一平行四邊形的三個頂點為 $A(3, -2)$ ， $B(-1, 2)$ ， $C(2, 3)$ ，試問另一頂點座標可能為？

- (A) (0, -3) (B) (6, -1) (C) (2, -5) (D) (3, 8) (E) (-2, 7)

() 2. 下列何者正確？

- (A) 若 A, B, C 三點共線，且 $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AC}$ ，則 $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AC}$
(B) 平面上 O, A, B 三點不共線，若 P 在 \overrightarrow{AB} 上且 $\overrightarrow{AP} : \overrightarrow{PB} = 1 : 2$ ，則 $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$
(C) 若 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 皆非零向量，且 \vec{b} 和 \vec{c} 平行但方向相反，則 \vec{a} 在 \vec{b} 上的正射影與 \vec{a} 在 \vec{c} 上的正射影相同
(D) 由 $\vec{a} = (1, 3)$ ， $\vec{b} = (2, 5)$ ，所張開的平行四邊形面積為 $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}$
(E) 設 $x, y > 0$ ，則 $(x+y)(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}) \geq 4$ ，恆成立

() 3. 下列何者正確？

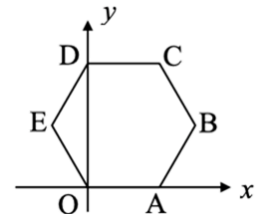
- (A) 若直線 $L_1: a_1x + b_1y = c_1$ 與直線 $L_2: a_2x + b_2y = c_2$ 相交於一點，則方程組 $\begin{cases} a_1x + b_1y = 0 \\ a_2x + b_2y = 0 \end{cases}$ 恰有唯一解
(B) 若直線 $L_1: a_1x + b_1y = c_1$ 與直線 $L_2: a_2x + b_2y = c_2$ 僅交於原點，則方程組 $\begin{cases} a_1x + b_1y = 0 \\ a_2x + b_2y = 0 \end{cases}$ 恰有唯一解
(C) 向量 $\vec{c} = (1, 2)$ ，可表示成向量 $\vec{a} = (99, 198)$ 與向量 $\vec{b} = (99, 199)$ 的線性組合
(D) 向量 $\vec{c} = (1, 3)$ ，可表示成向量 $\vec{a} = (99, 101)$ 與向量 $\vec{b} = (198, 202)$ 的線性組合
(E) $\sqrt{100^2 + 400^2} + \sqrt{100^2 + 100^2} > \sqrt{200^2 + 500^2}$

() 4. 設方程組 $\begin{cases} kx - y = k + 1 \\ x - ky = 2k \end{cases}$ ，其中 k 為實數，請選出正確的選項。

- (A) 若 $k = 99$ 時，則此方程組恰有一組解 (B) 若此方程組恰有一組解，則 $k = 99$
 (C) 若 $k = -1$ 時，則此方程組無解 (D) 若 $k = 1$ 時，則此方程組有無限多組解
 (E) 若此方程組有無限多組解且 (x, y) 為其解，則 $x^2 + y^2$ 的最小值是 2

三、填充題（每格 4 分，共 60 分）

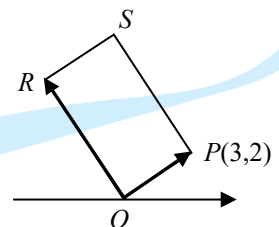
1. 如圖， $OABCDE$ 為坐標平面上一正六邊形，其中 O 為原點， A 點坐標為 $(2, 0)$ ，求向量 \overrightarrow{OC} 之坐標表示法為_____。



2. 設 $\triangle ABC$ 之三邊長為 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{CA} = 7$ ，求 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} =$ _____。

3. 設 $|\vec{a}| = 12$ ， $|\vec{b}| = 16$ ，且由 \vec{a} ， \vec{b} 所張開的三角形面積為 $12\sqrt{3}$ ，求 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____。

4. 右圖是一個長方形，其中一個頂點 O 為原點。若頂點 P 坐標為 $(3, 2)$ ，若 $\overline{OR} = \sqrt{39}$ ，求頂點 R 的坐標為_____。



5. 已知 $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ ，試求 $x + 2y$ 的最小值為_____。

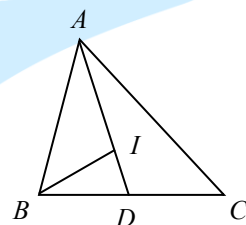
6. 設 $\vec{a} = (-2, -3)$ ， $\vec{b} = (5, -12)$ 。試將 \vec{a} 表示為 $\vec{p} + \vec{q}$ ，其中 \vec{p} 平行 \vec{b} 且 \vec{q} 垂直 \vec{b} ，求 $\vec{q} =$ _____。

7. 平面中已知 $O(0,0)$ 、 $A(4,1)$ 、 $B(6,5)$ 、 $C(2t-1,t+2)$ ，若 \overrightarrow{OA} 與 \overrightarrow{OB} 在 \overrightarrow{OC} 上的正射影相同，則實數 t 的值為 _____。

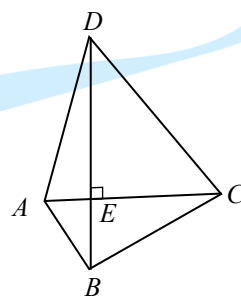
8. 設 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 10$ ，求 $\begin{vmatrix} a-b & 2a+3b \\ c-d & 2c+3d \end{vmatrix}$ 之值為 _____。

9. 試求方程組 $\begin{cases} 199x + 203y = 211 \\ 201x + 205y = 213 \end{cases}$ 的解為 _____。

10. 如右圖， I 為 $\triangle ABC$ 的內心， $\overline{BC} = a = 2$ ， $\overline{AC} = b = 3$ ， $\overline{AB} = c = 4$ ，若 $\overrightarrow{BI} = x\overrightarrow{BA} + y\overrightarrow{BD}$ ，則數對 $(x,y) =$ _____。



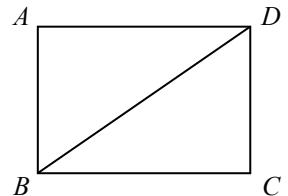
11. 如右圖，四邊形 $ABCD$ ，已知兩對角線 \overline{AC} 、 \overline{BD} 互相垂直，且 $\overline{AE} = 2$ ， $\overline{BE} = 2$ ， $\overline{CE} = 4$ ， $\overline{DE} = 5$ ，試求： $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC} =$ _____。



12. 設正三角形 ABC 的邊長為 12， M 在 \overline{BC} 邊上滿足 $\overline{BM} : \overline{MC} = 1 : 2$ ，求 \overline{AM} 線段長為 _____。

13. 坐標平面上有四點 $O(0,0)$, $A(-3,-4)$, $B(6,0)$, $C(x,y)$ 。今有一質點在 O 點沿 \overrightarrow{AO} 方向前進 \overline{AO} 距離後停在 P , 再沿 \overrightarrow{BP} 方向前進 $2\overline{BP}$ 距離後停在 Q 。假設此質點繼續沿 \overrightarrow{CQ} 方向前進 $3\overline{CQ}$ 距離後回到原點 O , 則 $(x,y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

14. 如右圖, 若長方形 $ABCD$, $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 12$, 若 \overrightarrow{BC} 在 \overrightarrow{BD} 上的正射影為 $k\overrightarrow{BD}$, 求實數 k 之值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



15. 設 \vec{a} 、 \vec{b} 為平面上兩個非零向量, \vec{a} 與 \vec{b} 不平行, 且 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$, 滿足 $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{26}$, $|\vec{a} - \vec{b}| = 4$, 則 \vec{a} 與 \vec{b} 所形成的三角形面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

四、混合題 (共 8 分)

設平面上三點 $A(0,0)$ 、 $B(3,0)$ 、 $C(-1,-2)$ 。若點 P 滿足 $\overrightarrow{AP} = \alpha \overrightarrow{AB} + \beta \overrightarrow{AC}$,

- 下列何者正確? $\underline{\hspace{2cm}}$ (4 分)
 - 若 $\alpha = 1$, $\beta = 1$, 則 P 點落在第一象限
 - 若 $\alpha = 1$, $-1 \leq \beta \leq 0$, 則 P 點所形成的圖形皆落在第四象限
 - 若 $\alpha = 1$, $\alpha + \beta = 1$, 則 P 點所形成的圖形為一直線
 - 若 $\alpha + \beta = 1$, 則 P 點所形成的圖形不過第二象限
 - 若 $\alpha \geq 0$, $\beta \geq 0$, $\alpha + \beta \leq 1$, 則 P 點所形成的圖形為平行四邊形
- 其中 $0 \leq \alpha \leq 1$, $0 \leq \beta \leq 1$, 求 P 點所成的圖形中, 落在第四象限的區域, 其面積大小為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(4 分)

岡山高中 111 學年度 第一學期 第三次段考 高二數學科 A 卷

一、單選題

1.	2.	3.	4.
(B)	(D)	(C)	(E)

二、多選題

1.	2.	3.	4.
(A)(B)(E)	(C)(E)	(A)(B)(C)(E)	(A)(C)(D)(E)

三、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
$(2, 2\sqrt{3})$	-6	$\pm 24\sqrt{61}$	$(-2\sqrt{3}, 3\sqrt{3})$	$5 - 2\sqrt{5}$
6.	7.	8.	9.	10.
$(-\frac{36}{13}, -\frac{15}{13})$	$-\frac{3}{4}$	50	$(-2, 3)$	$(\frac{2}{9}, \frac{7}{9})$
11.	12.	13.	14.	15.
12	$4\sqrt{7}$	$(-4, 16)$	$\frac{144}{169}$	$\sqrt{26}$

四、計算題

1.	2.
(D)	5