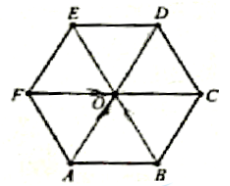


新化高中 111 學年度 第一學期 第三次段考 高二數學科 A 卷

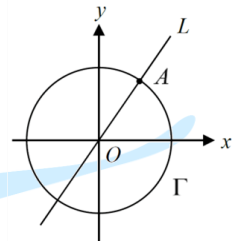
一、單選題

- () 1. 設 \vec{a} 與 \vec{b} 都是平面上不為零的向量。若 $2\vec{a} + \vec{b}$ 與 $\vec{a} + 2\vec{b}$ 所張成的三角形面積為 9，則 \vec{a} 與 \vec{b} 所張成的三角形面積為下列哪一個選項？
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6
- () 2. 假設三角形 ABC 的三邊長分別為 $\overline{AB} = 10$ 、 $\overline{BC} = 16$ 、 $\overline{AC} = 12$ 。請選出和向量 \overrightarrow{AB} 的內積為最大的選項。
 (A) \overrightarrow{AC} (B) \overrightarrow{CA} (C) \overrightarrow{BC} (D) \overrightarrow{CB} (E) \overrightarrow{AB}
- () 3. 向量 $(2, -1)$ 與下列哪一個向量之角度（介於 0° 與 360° 之間）為最小？
 (A) $(-1, -\sqrt{2})$ (B) $(-\sqrt{2}, 1)$ (C) $(-1, \sqrt{2})$ (D) $(1, \sqrt{2})$ (E) $(\sqrt{2}, 1)$
- () 4. 如圖所示， O 為正六邊形之中心。試問下列哪個向量的終點 P 落在 $\triangle OAB$ 內部（不含邊界）？
 (A) $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE}$ (B) $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{OC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OE}$
 (C) $\overrightarrow{OP} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{OC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OE}$ (D) $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{OC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OE}$
 (E) $\overrightarrow{OP} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{OC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OE}$
- () 5. 坐標平面上，考慮 $A(2, 3)$ 與 $B(-1, 3)$ 兩點，並設 O 為原點。令 E 為滿足 $\overrightarrow{OP} = a\overrightarrow{OA} + b\overrightarrow{OB}$ 的所有點 P 形成的區域，其中 $-1 \leq a \leq 1$ ， $0 \leq b \leq 4$ 。考慮函數 $f(x) = (x-1)^2 + 3$ ，試問當限定 x 為區域 E 中的點 $P(x, y)$ 的橫坐標時， $f(x)$ 的最大值為何？
 (A) 5 (B) 9 (C) 30 (D) 41 (E) 52



二、多選題

- () 1. 如圖， L 為坐標平面上通過原點 O 的直線， Γ 是以 O 為圓心的圓，且 L 與 Γ 有一個交點 $A(6, 8)$ 。已知 B, C 為 Γ 上的相異兩點滿足 $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OA}$ 。試選出正確的選項。
 (A) L 與 Γ 的另一個交點為 $(-6, -8)$ (B) 直線 BC 的斜率為 $\frac{3}{4}$
 (C) $\angle AOC = 120^\circ$ (D) $\triangle ABC$ 的面積為 25
 (E) B 與 C 在同一象限內
- () 2. 在坐標平面上，有一通過原點 O 的直線 L ，以及一半徑為 2、圓心為原點 O 的圓 Γ 。 P, Q 為 Γ 上相異兩點，且 $\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{OQ}$ 分別與 L 所夾的銳角皆為 45° ，試選出內積 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$ 之值可能發生的選項。
 (A) $2\sqrt{3}$ (B) $-2\sqrt{3}$ (C) 0 (D) -2 (E) -4



三、填充題

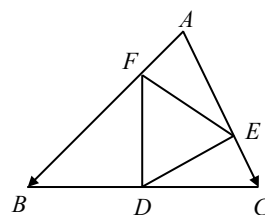
1. 坐標平面上， O 為原點，設 $\vec{u} = (1, 2)$ ， $\vec{v} = (3, 4)$ 。令 Ω 滿足 $\overrightarrow{OP} = x\vec{u} + y\vec{v}$ 的所有 P 點所形成的區域，其中 $\frac{1}{2} \leq x \leq 2$ ， $-3 \leq y \leq \frac{1}{2}$ ，則 2Ω 的面積為 _____。

2. 已知 $A(1, -2)$ 、 $B(3, 1)$ 、 $C(-3, 0)$ ，且 $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{CD}$ ，試問：

(1) D 點坐標 _____。(2) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} =$ _____。(3) $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}| =$ _____。

3. 已知 $\vec{a} = (1, -2)$ ， $\vec{b} = (2, 6)$ ， t 為實數，試求 $|\vec{a} + t\vec{b}|$ 的最小值為 _____，又此時 t 值 = _____。

4. 如右圖， D 、 E 、 F 分別在 BC 、 CA 、 AB 邊上，且 D 為 \overline{BC} 中點， $\overline{AE} : \overline{EC} = 5 : 3$ ， $\overline{AF} : \overline{FB} = 1 : 3$ ，設 G 為 $\triangle DEF$ 重心，若 $\overrightarrow{AG} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，試求 $(x, y) =$ _____。



5. 設 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 7$ ，試求下列各行之值：

(1) $\begin{vmatrix} 3a-2b & 5b \\ 3c-2d & 5d \end{vmatrix} =$ _____。(2) $\begin{vmatrix} 2a+3c & 2b+3d \\ 3a-2c & 3b-2d \end{vmatrix} =$ _____。

6. 若方程組 $\begin{cases} (a-3)x - 2y = 2a-2 \\ 2x - (a-3)y = a+3 \end{cases}$ 無限多解，試求 $a =$ _____，求此時 $x - y =$ _____。

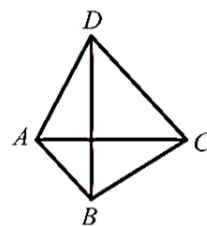
7. 設 $|\vec{a}| = 5$ ， $|\vec{b}| = 3$ ，且 $|\vec{a} + \vec{b}|^2 = 50$ ，試求 \vec{a} 與 \vec{b} 所張成的平行四邊形面積為_____。

8. 設點 $P(x, y)$ 為圓 $C: x^2 + y^2 = 36$ 的點，試求 $4x - 3y + 1$ 的最大值最小值之和為_____。

9. 設平面上三點 $A(-3, 3)$ 、 $B(7, 8)$ 、 $C(0, 7)$ ，試求：

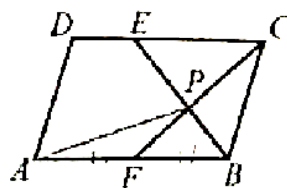
(1) \vec{AB} 在 \vec{AC} 上的正射影為_____。(2) 及垂直向量長度為_____。

10. 如右圖（此為示意圖），為平面上的四個點。已知 $\vec{BC} = \vec{AB} + \vec{AD}$ ， \vec{AC} ， \vec{BD} 兩向量等長且互相垂直，則 $\cos \angle BAD =$ _____。



11. 設 $|\vec{a}| = 3$ ， $|\vec{b}| = 5$ ， $|\vec{c}| = 7$ ，且 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ ，試求： \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角的餘弦值是_____。

12. 設平行四邊形 $ABCD$ 中， E 在 \overline{CD} 上，且 $\overline{DE} : \overline{DC} = 2 : 5$ ， F 為 \overline{AB} 之中點， \overline{BE} 與 \overline{CF} 交於 P 點，若 $\overline{AP} = \alpha \overline{AB} + \beta \overline{AD}$ ，試求實數 $(\alpha, \beta) =$ _____。



新化高中 111 學年度 第一學期 第三次段考 高二數學科 A 卷

一、單選題

1.	2.	3.	4.	5.
(B)	(D)	(E)	(E)	(E)

二、多選題

1.	2.
(A)(E)	(C)(E)

三、填充題

1.	2.(1)	2.(2)	2.(3)	3.(1)
21	$\left(-\frac{7}{3}, 1\right)$	$(8, 4)$	$\frac{2\sqrt{13}}{3}$	$\frac{\sqrt{10}}{2}$
3.(2)	4.	5.(1)	5.(2)	6.(1)
$\frac{1}{4}$	$\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{8}\right)$	105	-91	5
6.(2)	7.	8.	9.(1)	9.(2)
4	$\sqrt{161}$	2	$(6, 8)$	5
10.	11.	12.		
$-\frac{\sqrt{10}}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\left(\frac{8}{11}, \frac{5}{11}\right)$		