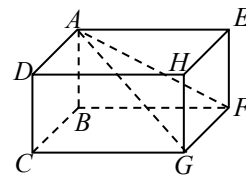


台南女中 111 學年度 第一學期 第三次段考 高二數學科 A 卷

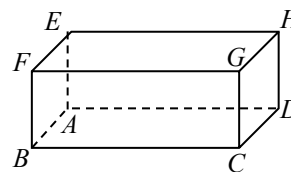
一、是非題（每題 2 分，共 20 分）

- () 1. 同時與一平面平行的兩相異直線必互相平行。
- () 2. 空間中相異兩直線必可決定一個平面。
- () 3. 已知右圖 $ABCD-EFGH$ 是一個長方體，則 $\triangle AFG$ 為直角三角形。
- () 4. 若 $\begin{vmatrix} 3a-2c & 3c \\ 3b-2d & 3d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} c+2a & 3a+c \\ d+2b & 3b+d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2022 & 2023 \\ 2024 & 2025 \end{vmatrix} = 0$ ，則 $\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} = 1$ 。
- () 5. 已知 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ ，且 $|\vec{a}| = 5$ 、 $|\vec{b}| = 8$ 、 $|\vec{c}| = 7$ ，則 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 20$ 。
- () 6. 設 x 、 y 皆為正整數且 $x - 2y = 10$ ，則 $x^2 + y^2$ 得最小值為 20。
- () 7. 已知 $\triangle ABC$ 面積為 k ，若 P 點滿足 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，其中 $-1 \leq x \leq 2$ 、 $-2 \leq y \leq 1$ ，則所有 P 點所形成區域的面積為 $9k$ 。
- () 8. P 、 Q 、 R 為坐標平面上相異三點，若 $|\overrightarrow{PQ}| = |\overrightarrow{PR}| + |\overrightarrow{RQ}|$ ，則 $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PR} = |\overrightarrow{PQ}| |\overrightarrow{PR}|$ 。
- () 9. 已知 A 、 B 、 C 、 D 為平面上相異四點，且 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，若 $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ ，則四邊形 $ABCD$ 為菱形。
- () 10. 在坐標平面上，設 O 為原點，且 A 、 B 為異於 O 的相異兩點。令 C_1 、 C_2 為平面上兩個點，且已知 $\overline{OC_1} = \overline{OA} + \overline{OB}$ 、 $\overline{OC_2} = \overline{OA} + 2\overline{OB}$ ，則 $\overline{OC_1} \cdot \overline{OA} < \overline{OC_2} \cdot \overline{OA}$ 。



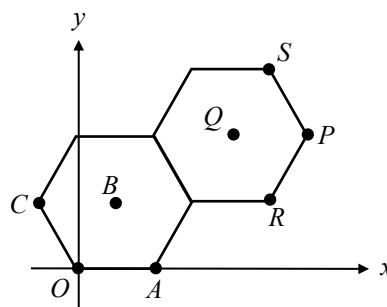
二、單選題（每題 5 分，共 15 分）

- () 1. 求兩直線 $L_1: 3x + 4y - 1 = 0$ 和 $L_2: x - 7y + 1 = 0$ 所夾的銳夾角為何？
 (1) 15° (2) 30° (3) 45° (4) 60° (5) 75°
- () 2. 右圖為一長方體形狀的房間， $\overline{AB} = 15$ ， $\overline{AD} = 20$ ， $\overline{AE} = 5$ ，將監視器裝設在 E 點，若有小偷從 B 點沿著 \overline{BD} 移動到 D 點，求這個過程中，小偷離監視器 E 點的最近距離為何？
 (1) $\frac{3\sqrt{29}}{2}$ (2) $\frac{5\sqrt{29}}{2}$ (3) 12 (4) 13 (5) $\sqrt{146}$
- () 3. 假設 $\triangle ABC$ 的三邊長分別為， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 8$ ， $\overline{AC} = 6$ 。請選出和向量 \overrightarrow{BA} 的內積最大的選項。
 (1) \overrightarrow{AC} (2) \overrightarrow{CA} (3) \overrightarrow{BA} (4) \overrightarrow{CB} (5) \overrightarrow{BC}

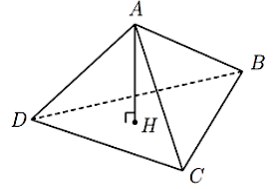


三、多選題（每題 5 分，共 25 分）

- () 1. $\triangle ABC$ 中，已知 $\overrightarrow{AP} = \frac{9}{16}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ ，若 F 在 \overline{BC} 上且 $\overrightarrow{AF} = t\overrightarrow{AP}$ ，請選出正確的選項。
 (1) 點 P 在 $\triangle ABC$ 內部 (2) $t = \frac{16}{13}$ (3) $\overline{BF} : \overline{FC} = 9 : 4$
 (4) $\triangle ABP$ 和 $\triangle ACP$ 的面積比為 $9 : 4$ (5) $\triangle ABP$ 和 $\triangle ABC$ 的面積比為 $1 : 4$
- () 2. 右圖為平面坐標上兩個邊長為 2 的正六邊形，共用一邊連接而成，其中 C 、 O 、 A 、 R 、 P 、 S 為頂點， B 、 Q 兩點分別為兩個正六邊形的中心點， $O(0, 0)$ 、 $A(2, 0)$ ，請選出正確的選項。
 (1) $\overrightarrow{CP} = 2\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB}$
 (2) $\triangle AOB$ 的面積為 $\sqrt{3}$
 (3) \overrightarrow{OR} 在 \overrightarrow{OQ} 的正射影為 $(\frac{24}{7}, \frac{12\sqrt{3}}{7})$
 (4) \overrightarrow{OR} 在 \overrightarrow{OQ} 的正射影長 = \overrightarrow{OQ} 在 \overrightarrow{OR} 的正射影長
 (5) \overrightarrow{CP} 與 \overrightarrow{OS} 所張成的平行四邊形面積為 $8\sqrt{3}$



- () 3. 右圖是空間中的一個四面體，已知底面 BCD 是為邊長 12 的正三角形， H 為頂點 A 在底面 BCD 的投影點。且側面皆為腰長 10 的等腰三角形，設 M 為 \overline{CD} 中點， N 為 \overline{AB} 中點，請選出正確的選項。

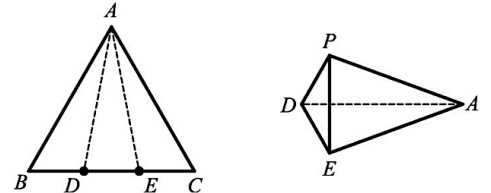


- (1) $\overline{AH} = 2\sqrt{13}$ (2) $\overline{AB} \cdot \overline{CD} = 0$ (3) $\cos \angle AMB > \cos \angle ACB$
 (4) \overline{MN} 垂直 \overline{AB} (5) \overline{MN} 垂直 \overline{CD}
- () 4. 設 $\vec{a} = (p, 1)$, $\vec{b} = (1, 1)$, 欲將 $\vec{c} = (r, q)$ 寫成 \vec{a} 與 \vec{b} 的線性組合，以 $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$ 表示，請選出必定正確的選項。
- (1) 若 \vec{c} 可表示成 \vec{a} 與 \vec{b} 的線性組合，則 $p \neq 1$
 (2) 若 $p \neq 1$, 則 \vec{c} 可表示成 \vec{a} 與 \vec{b} 的線性組合
 (3) 若 $q \neq 0$ 且 $r \neq 0$, 則 \vec{c} 可表示成 \vec{a} 與 \vec{b} 的線性組合
 (4) 若「 \vec{a} 與 \vec{c} 所決定的平行四邊形面積」是「 \vec{a} 與 \vec{b} 所決定的平行四邊形面積」的 3 倍，則 $y = 3$
 (5) 若 $x = 2$, 則「 \vec{b} 與 \vec{c} 所決定的平行四邊形面積」是「 \vec{a} 與 \vec{b} 所決定的平行四邊形面積」的 2 倍
- () 5. 設 k 為實數，圓心為 O 的單元圓有 A 、 B 、 C 三點，且 $-\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + k\overrightarrow{OC} = \vec{0}$, 請選出正確的選項。
- (1) \overline{AB} 平行 \overline{OC} (2) 對任意滿足條件的 k , $\triangle OAB$ 和 $\triangle ABC$ 的面積均相等
 (3) $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AC} - \frac{1}{k}\overrightarrow{AB}$ (4) $k = 1$ 時, $\angle BAC = 120^\circ$ (5) $k = \sqrt{3}$ 時, $\angle BAC = 105^\circ$

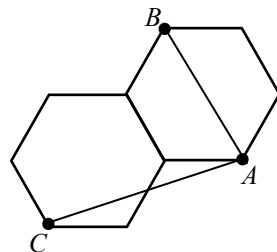
四、填充題（每格 5 分，共 30 分）

1. 已知聯立方程式 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ 恰有一組解為 $x = 2$ 、 $y = 3$, 求聯立方程式 $\begin{cases} (a_1 - 2b_1)x - 3b_1y = 3c_1 \\ (a_2 - 2b_2)x - 3b_2y = 3c_2 \end{cases}$ 的解 $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

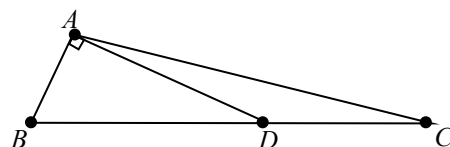
2. 圖一為正三角形的紙張 ABC , 其中 D 、 E 是 \overline{BC} 的三等分點。今沿著摺線 \overline{AD} 、 \overline{AE} 摺起, 使得 B 、 C 兩點重合, 令此重合點為 P 點, 形成如圖二的四面體 $ADEP$ 。已知平面 APD 與平面 APE 所形成的兩面角大小為 θ , 則 $\cos \theta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



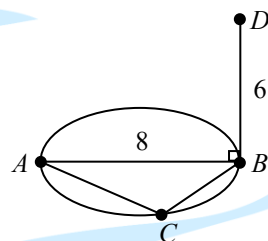
3. 右圖為兩個邊長為 1 的正六邊形，共用一邊連結而成的平面圖形。已知 A 、 B 、 C 為三個頂點，求 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} =$ _____。



4. 如圖， $\angle BAD = 90^\circ$ ， $\overline{AD} = 1$ ， $\overline{BC} = \sqrt{3}\overline{BD}$ ，求 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} =$ _____。



5. 地面上 A 、 B 兩點的距離為 8 公尺，而動點 C 在地面上以 \overline{AB} 為直徑的圓上，今在 B 點建立一座樓梯垂直於地面，從樓梯頂 D 點到 B 點的距離為 6 公尺，如圖所示，則當 $\overline{AC} + 2\overline{DC}$ 有最大值時， \overline{AC} 為 _____ 公尺。

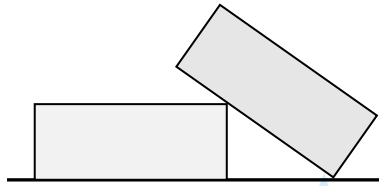


6. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AC} = 4$ ， $\overline{BC} = 3$ ， P 為 $\triangle ABC$ 內部一點， $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} = \vec{0}$ ，且 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 0$ ，求 $\cos \angle ACB =$ _____。

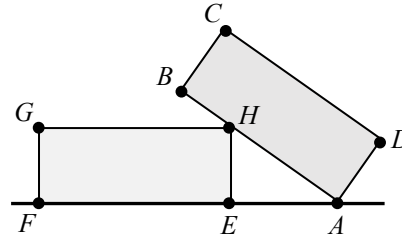
五、混合題（共 10 分）

方衣系統為台灣原住民的一種服裝型式，由兩條窄幅長條形的衣料拼縫成無領的長衣或背心，在衣料取得不易的情況下，直接取用素材，不做太多剪裁，是不浪費素材的一種構成方式。阿美族人的重要工藝「樹皮衣」，也屬於方衣系統。

樹皮工藝在部落消失已久，直到民國八十五年，部落長老們靠著口述相傳，才摸索找回這項傳統，族裡有名年輕的工藝創作者想融入方形元素創立一個品牌，推廣自己的文化，設計如【圖一】的藍圖樣式，細節如【圖二】， $ABCD$ 和 $EFGH$ 為全等的長方形，且 H 在 \overline{AB} 上， A 、 E 、 F 共線， $\overline{FE} = \overline{AB} = 8$ ， $\overline{EH} = \overline{AD} = 3$ 。設 $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{AD}$ ，且 \overrightarrow{AC} 與 \overrightarrow{AD} 所張成的平行四邊形面積為 \overrightarrow{AH} 與 \overrightarrow{AD} 所張成的平行四邊形面積的 $\frac{8}{5}$ 倍，試回答下列各題。



【圖一】



【圖二】

1. 請選出正確的選項。 _____（5分）
 - (1) $k = \frac{4}{3}$
 - (2) $\overrightarrow{FH} = \frac{5}{8}\overrightarrow{FA} + \frac{3}{8}\overrightarrow{FB}$
 - (3) \overrightarrow{AC} 與 \overrightarrow{AH} 所張成的平行四邊形面積 $=\overrightarrow{AH}$ 與 \overrightarrow{AD} 所張成的平行四邊形面積
 - (4) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} = 50$
 - (5) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AH} = 40$
2. 求 C 點到 AF 直線的距離為 _____。（5分）

台南女中 111 學年度 第一學期 第三次段考 高二數學科 A 卷

一、是非題

1.	2.	3.	4.	5.
×	×	○	×	×
6.	7.	8.	9.	10.
×	×	○	○	×

二、單選題

1.	2.	3.
(3)	(4)	(5)

三、多選題

1.	2.	3.	4.	5.
(1)(2)(5)	(2)(4)	(1)(2)(5)	(2)(5)	(1)(2)(4)(5)

四、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
$(6, -7)$	$\frac{1}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$2\sqrt{5}$
6.				
$\frac{5}{6}$				

五、混合題

1.	2.
(3)(5)	$\frac{36}{5}$