台南二中 111 學年度 第一學期 第三次段考 高二數學科 A 卷

一、多選題（每題 5 分，共 10 分，5−3−1−0）

(　　) 1. 設 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$、$\overrightarrow{c}$ 為一平面上三個非零向量，請選出下列正確的選項？

(A) 若 $(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b})\perp(\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b})$，則 $|\overrightarrow{a}|=|\overrightarrow{b}|$

(B) 若 $|\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}|=|\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}|$，則 $\overrightarrow{a}\perp\overrightarrow{b}$

(C) 若 $|\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}|=|\overrightarrow{a}|+|\overrightarrow{b}|$，則 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 夾角為 180°

(D) 若 $|\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}|=|\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}|$，則 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 的夾角為 0°

(E) 若 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=\overrightarrow{b}\cdot\overrightarrow{c}$，則 $\overrightarrow{a}\,/\!/\,\overrightarrow{c}$

(　　) 2. 設 $\overrightarrow{a}=(a_1,a_2)$ 與 $\overrightarrow{b}=(b_1,b_2)$ 為兩個非零向量，欲將 $\overrightarrow{c}=(c_1,c_2)$ 寫成 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 的線性組合，以 $\overrightarrow{c}=x\overrightarrow{a}+y\overrightarrow{b}$ 表示，其中(x,y)即為聯立方程式 $\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1\\a_2x+b_2y=c_2\end{cases}$ 的解。請選出下列正確的選項？

(A) 若 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 不平行，則 $\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1\\a_2x+b_2y=c_2\end{cases}$ 恰有一組解

(B) 若 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 平行，則 $\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1\\a_2x+b_2y=c_2\end{cases}$ 無解

(C) 若 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 平行，則 $\overrightarrow{c}$ 無法表示成 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 的線性組合

(D) 若 $\overrightarrow{c}=3\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}$，則「$\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{c}$ 所決定的平行四邊形面積」是「$\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 所決定的平行四邊形面積」的 2 倍

(E) 若「$\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{c}$ 所決定的平行四邊形面積」是「$\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 所決定的平行四邊形面積」的 2 倍，則 $\overrightarrow{c}=x\overrightarrow{a}+y\overrightarrow{b}$ 的表示法中，$y=2$

二、填充題（共 80 分）

1. 設 $\overrightarrow{a}=(2,-6)$、$\overrightarrow{b}=(1,1)$，$t$ 為實數。若當 $t=r$ 時，$|\overrightarrow{a}+t\overrightarrow{b}|$ 有最小值 m，求數對 $(r,m)=$ ______________ 。

2. 已知 $A(4,1)$、$B(9,-4)$、$C(0,-3)$ 為坐標平面上三點，P 點為直線 AB 上一點，但 P 不在線段 $\overline{AB}$ 上，且 $\overline{AP}:\overline{PB}=2:3$。求$\triangle PBC$ 的重心坐標為 ______________ 。

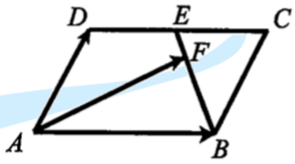
3. 已知$\triangle ABC$ 的三邊長為 $\overline{AB}=4$、$\overline{BC}=5$、$\overline{AC}=6$，求 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=$ ______________ 。

4.　兩直線 $L_1:\sqrt{3}x-y+1=0$ 與 $L_2:x-\sqrt{3}y+2=0$ 的夾角為 ______________ 。

5.　已知聯立方程式 $\begin{cases}2x+ky=2\\(k-3)x+5y=2\end{cases}$ 恰有一組解，求實數 k 值的範圍 ______________ 。\

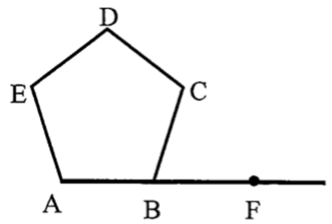
6.　設 $A(0,-2)$、$B(r,0)$、$C(2,-8)$ 為坐標平面上三點，若 $\overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 上的正射影為 $(-1,s)$，求數對 $(r,s)=$ ______________ 。

7.　如圖，在平行四邊形 $ABCD$ 中，E 為 $\overline{CD}$ 的中點，F 在 $\overline{BE}$ 上，且滿足 $\overline{BF}=3\overline{EF}$。設 $\overrightarrow{AF}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}$，求數對 $(x,y)=$ ______________ 。

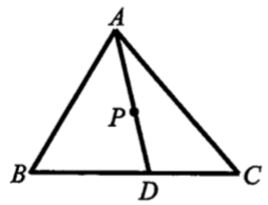


8.　已知向量 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 滿足 $|\overrightarrow{a}|=2$，$|\overrightarrow{b}|=1$，$|2\overrightarrow{a}-3\overrightarrow{b}|=\sqrt{37}$，求 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 的夾角 ______________ 。

9.　如圖，已知正五邊形 $ABCDE$，點 F 在直線 AB 上，且 B 為 $\overline{AF}$ 的中點。令 $p=\overrightarrow{BF}\cdot\overrightarrow{BC}$、$q=\overrightarrow{BF}\cdot\overrightarrow{BD}$、$r=\overrightarrow{BF}\cdot\overrightarrow{BE}$、$s=\overrightarrow{BF}\cdot\overrightarrow{BA}$。比較 p、q、r、s 的大小 ______________ 。



10. 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中，D 為 $\overline{BC}$ 上一點，P 為 $\overline{AD}$ 上一點，且 $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，若 $\triangle ABP$ 的面積是$\triangle ADC$ 的面積的 k 倍，求 (1) $\overline{AP}:\overline{PD}=$ ______________ 。　(2) 實數 k 之值 ______________ 。



11. 已知直線 L 通過 $A(3,0)$ 且與直線 $L_1: 2x+y+1=0$ 的銳夾角為 45°，求直線 L 的方程式 ______________ 。（以一般式 $ax+by+c=0$ 表示）

12. 設 $A(3,2)$、$B(5,1)$、$C(4,-3)$ 為坐標平面上三點。
(1) 求 $\triangle ABC$ 的面積 ______________ 。
(2) 已知 $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，其中 $-1\le x\le 2$，$1\le y\le 3$，求所有 P 點所形成區域的面積 ______________ 。

13. 聯立方程式 $\begin{cases}2a_1x-b_1y=3c_1\\2a_2x-b_2y=3c_2\end{cases}$，已知 $\begin{vmatrix}a_1 & a_2\\b_1 & b_2\end{vmatrix}=-5$，$\begin{vmatrix}c_1 & b_1\\c_2 & b_2\end{vmatrix}=20$，$\begin{vmatrix}c_1 & a_1-b_1\\c_2 & a_2-b_2\end{vmatrix}=-5$，求此聯立方程式 $\begin{cases}2a_1x-b_1y=3c_1\\2a_2x-b_2y=3c_2\end{cases}$ 的解 $(x,y)=$ ______________ 。

14. 設 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 為平面上兩個不平行的非零向量。若由向量 $3\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}$ 與 $\overrightarrow{a}+3\overrightarrow{b}$ 所決定的平行四邊形面積為 20，求由向量 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 所決定的平行四邊形面積 ______________ 。

15. 空間中，設 yz 平面為一個鏡面。已知有一光線通過點 $P(3,6,2)$ 射向鏡面上的點 $A(0,1,6)$，經鏡面反通過點 B，且 $\overline{AB}=3\overline{AP}$，求 B 點的坐標 ______________ 。

16. 空間中，已知 $A(-2,7,1)$ 與 $(4,-1\ -9)$，設 M 為 AB 的中點，且 C 為 M 點在 zx 平面上的投影點，求 C 點到 y 軸的距離 ______________ 。

三、混合題（共 10 分）

1. 台南二中打算進行美化校園的植栽布置，預計在小禮堂旁的草地上，規劃一個面積為 600 平方公尺的花卉植栽。此植栽的擺設規劃如下：左、右兩側為兩個全等的正方形，中間與其相連的是一個等腰直角三角形，其中 $\overline{AB}=\overline{CD}$ 為正方形的邊長，$\overline{BC}$ 為等腰直角三角形的斜邊，且 A、B、C、D 四點在同一直線上，如圖所示。若假設 $\overline{AB}$ 長為 x 公尺，$\overline{BC}$ 長為 y 公尺，求：

(1) $8x^2+y^2=$ ______________ 。（1 分）

(2) 此植栽的總長度 $\overline{AD}$，最長為多少公尺？（5 分）

(3) 當植栽的總長度 $\overline{AD}$ 最長時，此時 $\overline{AB}$ 長為多少公尺？又 $\overline{BC}$ 長為多少公尺？（4 分）

台南二中 111 學年度 第一學期 第三次段考 高二數學科 A 卷

一、多選題

1.	2.
(A)(B)(C)	(A)(D)

二、填充題

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
得分	6	12	18	24	30	35	40	45	50	54	58	62	65	68	71	74	77	80

1.	2.	3.	4.	5.
$(2,4\sqrt{2})$	$\left(1,\frac{4}{3}\right)$	$-\frac{5}{2}$	$30°,150°$	$k\neq 5$ 且 $k\neq -2$
6.	7.	8.	9.	10.(1)
$(-4,3)$	$\left(\frac{5}{8},\frac{3}{4}\right)$	$120°$	$p>q>s>r$	$7:5$
10.(2)	11.	12.(1)	12.(2)	13.
$\frac{7}{9}$	$x+3y-3=0$ or $3x-y-9=0$	$\frac{9}{2}$	54	$(-6,-9)$
14.	15.	16.		
$\frac{5}{2}$	$(9,-14,18)$	$\sqrt{17}$		

四、計算題

1.	2.	3.
2400	60 公尺	$\overline{AB}=10$ 公尺 $\overline{BC}=40$ 公尺