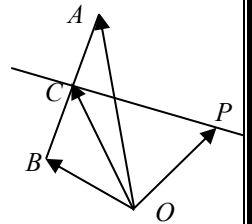


台南一中 111 學年度 第一學期 第三次段考 高二數學科 A 卷

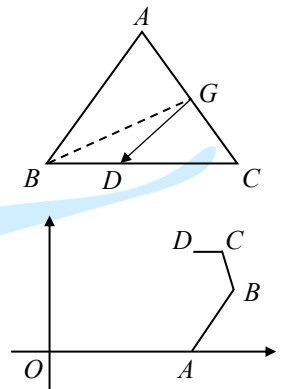
一、單選題（每題 4 分，共 24 分）

- () 1. $\triangle AOB$ 之重心為 G ，過 G 之直線與 \overline{OA} 、 \overline{OB} 交於 P 、 Q 二點，若 $\overline{OP} = h\overline{OA}$ ， $\overline{OQ} = k\overline{OB}$ ，則 $\frac{1}{h} + \frac{1}{k}$ 之值為
 (A) 3 (B) 2 (C) 4 (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{1}{3}$
- () 2. 若兩直線 $L_1: 2x + y = 3$ 、 $L_2: 2x - y = 7$ 所夾的鈍角為 θ ，則 $\cos \theta =$
 (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $-\frac{1}{5}$ (D) $-\frac{3}{5}$ (E) $-\frac{1}{2}$
- () 3. 設 $\vec{a} = (1, 4)$ ， $\vec{b} = (3, 1)$ ， $\vec{c} = (5, -2)$ ， t 為實數，若 $(\vec{a} + t\vec{b}) \parallel \vec{c}$ ，求 $t =$
 (A) -1 (B) -2 (C) -3 (D) 0 (E) 1
- () 4. 如附圖， O 、 A 、 B 是平面上的三點，設 P 為 \overline{AB} 的垂直平分線 CP 上任意一點，若 $|\overline{OA}| = 4$ ， $|\overline{OB}| = 2$ ，則 $\overline{OP} \cdot (\overline{OA} - \overline{OB}) =$
 (A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6
- () 5. 設 $\triangle ABC$ 為平面上的一個三角形， P 為平面上一點且 $\overline{AP} = \frac{1}{3}\overline{AB} + t\overline{AC}$ ，其中 t 為一實數。試問下列哪一選項為 t 的最大範圍，使得 P 落在 $\triangle ABC$ 的內部？
 (A) $0 < t < \frac{1}{4}$ (B) $0 < t < \frac{1}{3}$ (C) $0 < t < \frac{1}{2}$ (D) $0 < t < \frac{2}{3}$ (E) $0 < t < \frac{3}{4}$
- () 6. 若 $f(x) = \left| \begin{matrix} x & x+1 \\ 1 & 3 \end{matrix} \right| + \left| \begin{matrix} x & 1 \\ 1 & x \end{matrix} \right|$ ，則 $f(x)$ 之最小值為
 (A) 3 (B) 1 (C) 0 (D) -1 (E) -3



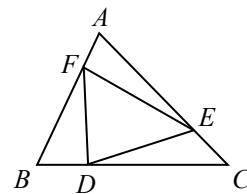
二、多選題（每題 5 分，共 25 分，5-3-1-0）

- () 1. 如附圖所示， D 在 $\triangle ABC$ 之 \overline{BC} 邊上，且 $\overline{CD} = 2\overline{BD}$ ， G 為 \overline{AC} 之中點，若將 $\overline{GD} = r\overline{AB} + s\overline{AC}$ ，其中 r 及 s 為實數，則
 (A) $r = \frac{2}{3}$ (B) $s = \frac{1}{6}$ (C) $r = -\frac{2}{3}$ (D) $s = -\frac{1}{6}$ (E) $r + s = \frac{1}{2}$
- () 2. 如附圖所示，坐標平面上， O 為原點， $\overline{OA} = 8$ ， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 2$ ， $\overline{CD} = 1$ ， $\angle OAB = \angle ABC = \angle BCD = 120^\circ$ ，設 $\overline{OD} = x\overline{OA} + y\overline{OB}$ ，則下列何者正確？
 (A) $x = \frac{7}{8}$ (B) $y = \frac{3}{2}$ (C) $x = -\frac{7}{8}$ (D) $x = -\frac{8}{7}$ (E) $y = \frac{2}{3}$
- () 3. 坐標平面上，向量 \vec{w} 與向量 $\vec{v} = (2, \sqrt{5})$ 互相垂直且等長。請問下列哪些選項是正確的？
 (A) 向量 \vec{w} 必為 $(\sqrt{5}, -2)$ 或 $(-\sqrt{5}, 2)$
 (B) 向量 $\vec{v} + \vec{w}$ 與 $\vec{v} - \vec{w}$ 等長
 (C) 向量 $\vec{v} + \vec{w}$ 與 \vec{w} 的夾角可能為 135°
 (D) 若向量 $\vec{u} = a\vec{v} + b\vec{w}$ ，其中 a 、 b 為實數，則向量 \vec{u} 的長度為 $\sqrt{a^2 + b^2}$
 (E) 若向量 $(1, 0) = c\vec{v} + d\vec{w}$ ，其中 c 、 d 為實數，則 $c > 0$
- () 4. 下列有關於二階行列式的敘述，請選出正確的選項。
 (A) $\begin{vmatrix} a-3c & 2a+c \\ b-3d & 2b+d \end{vmatrix} = 5 \begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$ (B) $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} c & a \\ d & b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a+b & b^2+ab \\ 1 & b \end{vmatrix}$
 (C) $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2a & 2b \\ 2c & 2d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3a & 3b \\ 3c & 3d \end{vmatrix}$ (D) $\begin{vmatrix} a+c & b \\ a+d & b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b & d \\ b & c \end{vmatrix}$
 (E) 若 a 為實數，則 $\begin{vmatrix} a & -2 \\ a+3 & a+1 \end{vmatrix} > 0$



- () 5. $\triangle ABC$ 中, D 、 E 、 F 三點分別在 \overline{BC} 、 \overline{CA} 、 \overline{AB} 上, 且 $\overline{BC} = 3\overline{BD}$, $\overline{CA} = 3\overline{CE}$, $\overline{AB} = 3\overline{AF}$, P 、 Q 分別是 $\triangle ABC$ 、 $\triangle DEF$ 的重心, 則

- (A) $\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF} = \vec{0}$ (B) $\overline{AF} + \overline{BD} + \overline{CE} = \vec{0}$
 (C) $3\overline{AD} = 2\overline{AB} + \overline{AC}$ (D) $3\overline{AQ} = \overline{AB} + \overline{AC}$
 (E) $\overline{AP} + \overline{BP} + \overline{CP} = \vec{0}$



三、填充題 (每格 4 分, 共 44 分)

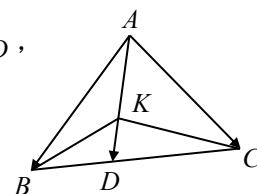
1. $\triangle ABC$ 中, E 為 \overline{BC} 中點, D 在 \overline{AC} 上且 $\overline{AD} : \overline{DC} = 1 : 3$, \overline{AE} 交 \overline{BD} 於點 P , 若 $\overline{CP} = x\overline{CA} + y\overline{CB}$, 則數對 $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 若 $\vec{a} = (3, -4)$, $\vec{b} = (24, 7)$, $\vec{c} = \vec{a} + t\vec{b}$, 若 \vec{c} 平分 \vec{a} 、 \vec{b} 的夾角, 則 $t = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 已知平面上 A 、 B 、 C 三點不共線, 若 $(a+1)\overline{AB} + (2a-b)\overline{BC} + (a+b+2)\overline{CA} = \vec{0}$, 求數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. $A(a, 1)$ 、 $B(2, b)$ 、 $C(3, 4)$ 為坐標平面上三點, 而 O 為原點, 若向量 \overrightarrow{OA} 與向量 \overrightarrow{OB} 在向量 \overrightarrow{OC} 上的正射影相同, 則 a 與 b 的關係式為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 設 K 為 $\triangle ABC$ 內部之一點, 使得 $\triangle ABK$ 面積 : $\triangle ACK$ 面積 = 3 : 4, 而射線 AK 交 \overline{BC} 於 D , 若 $\overline{AD} = x\overline{AB} + y\overline{AC}$, 則 $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

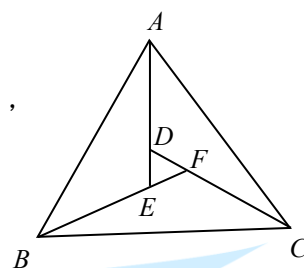


6. 於 $\triangle ABC$ 中, $\overline{AB} = 1$, $\overline{BC} = \sqrt{7}$, $\overline{CA} = 3$, K 為外心, 則 $\overline{AB} \cdot \overline{AK} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 於 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{AC} = 7$ ， H 為垂心，則 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} =$ _____。

8. 設向量 $\vec{p} = (a, b)$ ， $\vec{q} = (x, y)$ ， $|\vec{p}| = 2$ ， $|\vec{q}| = 1$ ，若 $ax + by + 1$ 之最大值為 M ，最小值為 m ，則 $(M, m) =$ _____。

9. 如圖，已知 D 、 E 、 F 為 $\triangle ABC$ 內部三點，若 $\overrightarrow{AE} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AD}$ ， $\overrightarrow{BF} = \frac{4}{3}\overrightarrow{BE}$ ， $\overrightarrow{CD} = \frac{4}{3}\overrightarrow{CF}$ ，且 $\overrightarrow{AE} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AC}$ ，則實數數對 $(a, b) =$ _____。



10. 於四邊形 $ABCD$ 中，若 $3\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{AD} = 5\overrightarrow{AC}$ 且 $\triangle ABC$ 之面積為 10 ，則 $\triangle ABD$ 之面積為_____。

11. 設 $a^2 + b^2 = 9$ ， $x^2 + y^2 = 25$ ，求 $\begin{vmatrix} a & b \\ x & y \end{vmatrix}$ 之最大值為_____。

四、計算題（共 7 分）

試以克拉瑪公式就 a 值討論聯立方程式 $\begin{cases} (a-3)x - 2y = 2a \\ 3x + (2a+1)y = -a-2 \end{cases}$ 的解，並說明它的幾何意義。

台南一中 111 學年度 第一學期 第三次段考 高二數學科 A 卷

一、單選題

1.	2.	3.	4.	5.
(A)	(D)	(B)	(E)	(D)
6.				
(E)				

二、多選題

1.	2.	3.	4.	5.
(A)(D)(E)	(B)(C)	(A)(B)(E)	(A)(B)(D)(E)	(A)(B)(C)(D)(E)

三、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
$\left(\frac{3}{5}, \frac{1}{5}\right)$	$\frac{1}{5}$	$(0, -1)$	$3a - 4b = 2$	$\left(\frac{4}{7}, \frac{3}{7}\right)$
6.	7.	8.	9.	10.
$\frac{1}{2}$	19	$(4, -2)$	$\left(\frac{16}{37}, \frac{12}{37}\right)$	$\frac{25}{2}$
11.				
6				

四、計算題

1.
$a \neq \frac{3}{2}$ 且 $a \neq 1$ 時，聯立方程式恰有一組解，表示兩直線交於一點。 $a = \frac{3}{2}$ 時，聯立方程式無解，表示兩直線平行。 $a = 1$ 時，聯立方程式有無限多組解，表示兩直線重合。