

前鎮高中 111 學年度 第一學期 第三次段考 高二數學科 A 卷

一、單選題

- () 1. 若聯立方程式 $\begin{cases} x + 2y + 3 = 0 \\ 4x + 5y + 6 = 0 \end{cases}$ 的解為 (x, y) ，選出正確的選項。

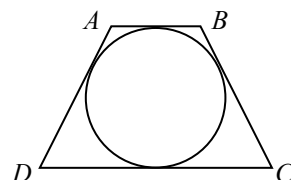
(A) $x = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}}$ (B) $x = \frac{\begin{vmatrix} -3 & 2 \\ -6 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}}$ (C) $x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 4 & -6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}}$ (D) $x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}}$ (E) $x = \frac{\begin{vmatrix} -3 & 1 \\ -6 & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}}$

- () 2. 向量 $\vec{a} = (1, -2)$ 、 $\vec{b} = (-1, k)$ ，且 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 9$ ，則 $k = ?$

(A) -5 (B) -3 (C) 0 (D) 3 (E) 5

- () 3. 圓外切等腰梯形 $ABCD$ ， $\overline{AB} = 2$ 、 $\overline{CD} = 6$ ， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，則 $\overline{AC} \cdot \overline{BD} = ?$

(A) -12 (B) 12 (C) -4 (D) -24



- () 4. 請選出正確的選項：

(A) 若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ 且 $\vec{a} \neq \vec{0}$ ，則 $\vec{b} = \vec{c}$

(B) $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c})$

(C) 已知 \vec{a} 、 \vec{b} 為平面上兩個向量，且 $\vec{b} \neq \vec{0}$ ， t 為任意實數， O 為原點，則滿足 $\overrightarrow{OC} = \vec{a} + t\vec{b}$ 之 C 點所成的圖形為一直線

(D) 若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ，則 $\vec{a} \perp \vec{b}$

(E) 已知 $\triangle ABC$ 中， $\overrightarrow{AP} = \alpha \overrightarrow{AB} + \beta \overrightarrow{AC}$ 且 $\alpha + \beta = 1$ ，則 P 點在線段 \overline{BC} 上

二、多選題

- () 1. 在坐標平面上，已知 $A(0, 1)$ 、 $B(7, 2)$ 、 $C(3, 5)$ 三點，選出正確的選項。

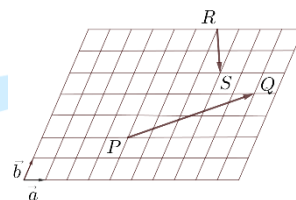
(A) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 25$ (B) $\angle A = 60^\circ$ (C) \overrightarrow{AB} 在 \overrightarrow{AC} 的正射影為 $(3, 4)$

(D) \overrightarrow{AB} 在 \overrightarrow{AC} 上的正射影長為 $\frac{25\sqrt{6}}{4}$ (E) $\triangle ABC$ 的面積為 $\frac{25\sqrt{6}}{4}$

- () 2. 附圖為兩組兩兩平行的直線組合，且相鄰兩線等距離，已知 \vec{a} 、 \vec{b} 的長度均為 1，其夾角為 60° ，則下列哪些為真？

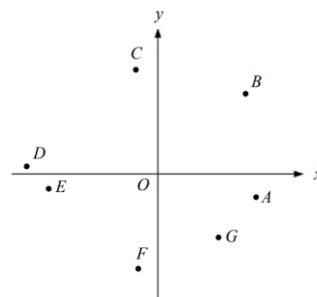
(A) $\overrightarrow{PQ} = 5\vec{a} + 2\vec{b}$ (B) $\overrightarrow{RS} = \vec{a} - 2\vec{b}$ (C) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}$

(D) $|\overrightarrow{QP}| = \sqrt{39}$ (E) $\overrightarrow{QP} \cdot \overrightarrow{RS} = -3$



- () 3. 考慮坐標平面上的點 $O(0, 0)$ 、 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 、 G ，如圖所示，其中 B 點、 C 與 D 點、 E 與 F 點、 G 與點依序在一、二、三、四象限內。若 \vec{v} 為坐標平面上的向量，且滿足 $\vec{v} \cdot \overrightarrow{OA} > 0$ 及 $\vec{v} \cdot \overrightarrow{OB} > 0$ ，則 \vec{v} 與下列哪些向量的內積一定小於 0？

(A) \overrightarrow{OC} (B) \overrightarrow{OD} (C) \overrightarrow{OE} (D) \overrightarrow{OF} (E) \overrightarrow{OG}



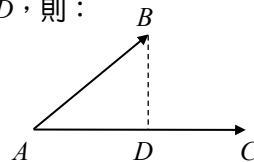
- () 4. 若實數 a 、 b 、 c 、 d 使得聯立方程組 $\begin{cases} ax + 8y = c \\ x - 4y = 3 \end{cases}$ 有解，且聯立方程組 $\begin{cases} -3x + by = d \\ x - 4y = 3 \end{cases}$ 無解，則下列哪些選項一定正確？

(A) $a \neq 2$ (B) $c = -6$ (C) $b = 12$ (D) $d \neq -9$ (E) 聯立方程組 $\begin{cases} ax + 8y = c \\ -3x + by = d \end{cases}$ 無解

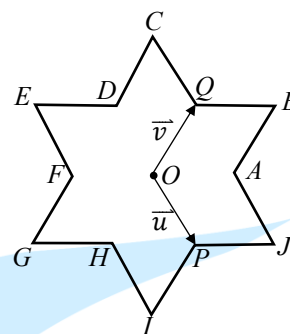
三、填充題

1. 若 a, b, c, d 四個數成等比，則 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 如圖，在 $\triangle ABC$ 中， $A(-1, 2)$ 、 $B(2, 2)$ 、 $C(6, -1)$ ，由 B 點往 \overrightarrow{AC} 作垂線，垂足為 D ，則：
(1) $\overrightarrow{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2) D 點的坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



3. 附圖是一個正六角星， O 點為其中心，設 $\vec{u} = \overrightarrow{OP}$ ， $\vec{v} = \overrightarrow{OQ}$ ， G 為其一頂點，
 $\overrightarrow{OG} = a\vec{u} + b\vec{v}$ 以有序實數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



4. 已知直線 L 通過點 $A(2, -1)$ 且與直線 $L_1: 3x - 4y + 5 = 0$ 的銳夾角為 45° ， L 方程式為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

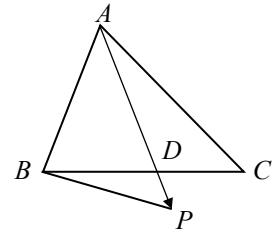
5. 已知非零向量 \vec{a} 、 \vec{b} 滿足 $|\vec{a}| = 2|\vec{b}| = |2\vec{a} + 3\vec{b}|$ ，且 θ 為 \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角，求 $\cos \theta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 已知聯立方程組 $\begin{cases} kx + y = -1 \\ 3kx - ky = 2k + 3 \end{cases}$ 恰有一組解，求：

(1) k 的範圍 $\underline{\hspace{2cm}}$ (2) 聯立方程組的解 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

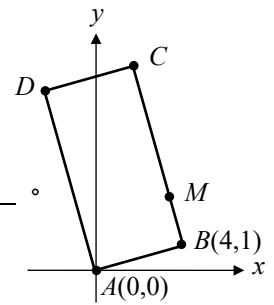
7. 求方程組 $\begin{vmatrix} 2x^2 + 4x + 3 & 4x^2 - 2x + 7 \\ x^2 + 2x + 1 & 2x^2 - x + 3 \end{vmatrix} = 0$ 的解為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

8. 如圖，設 $\overrightarrow{AP} = \frac{4}{7}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{7}\overrightarrow{AC}$ ，且直線 AP 交 \overline{BC} 於 D 點。



- (1) 已知 $\overrightarrow{AD} = t\overrightarrow{AP}$ ，求 t 的值為 _____。
- (2) 求 $\overline{BD} : \overline{CD} =$ _____。
- (3) 求 $\triangle BDP$ 面積： $\triangle ABC$ 面積為 _____。

9. 如圖，坐標平面上已知點 A 為原點，點 B 坐標為 $(4, 1)$ ，若矩形 $ABCD$ 是一個長寬比值為 2 的長方形， M 為 \overline{BC} 上一點且 $\overline{CM} : \overline{MB} = 3 : 1$ ，則 M 點坐標為 _____。



10. 若方程組 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ 恰有一組解為 $x = -\frac{5}{2}$ ， $y = 3$ ，試求方程組 $\begin{cases} 2a_1x + 3b_1y = 4c_1 \\ 2a_2x + 3b_2y = 4c_2 \end{cases}$ 的解 _____。

11. 設 $A(-1, 2)$ 、 $B(2, -4)$ 、 $C(-2, 9)$ ：

- (1) 求以 \overrightarrow{AB} ， \overrightarrow{AC} 所張開的平行四邊形面積 = _____。
- (2) 若 $\Gamma = \{P \mid \overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}\}$ ， $-2 \leq x \leq 3$ ， $-1 \leq y \leq 1$ ，則 Γ 所表的區域面積 = _____。

12. 已知正數 x 、 y 滿足 $x + y = 5$ ：

- (1) 求 $\frac{4}{x} + \frac{9}{y}$ 的最小值 _____，(2) 及此時 x 、 y 的值為 _____。

前鎮高中 111 學年度 第一學期 第三次段考 高二數學科 A 卷

一、單選題

1.	2.	3.	4.
(B)	(A)	(C)	(C)

二、多選題

1.	2.	3.	4.
(A)(C)	(A)(B)(C)(D)	(B)(C)	(B)(C)(D)

三、填充題

1.	2.(1)	2.(2)	3.	4.
0	$\left(\frac{9}{2}, \frac{5}{2}\right)$	$\left(\frac{7}{2}, \frac{1}{2}\right)$	$(-1, -2)$	$7x + 24y = 10$ or $24x - 7y = 55$
5.	6.(1)	6.(2)	7.	8.(1)
$-\frac{7}{8}$	$k \neq 0$ 且 $k \neq -3$	$\left(\frac{1}{k}, -2\right)$	1 or 2	$\frac{7}{9}$
8.(2)	8.(3)	9.	10.	11.(1)
5 : 4	10 : 63	$\left(\frac{7}{2}, 3\right)$	$(-5, 4)$	15
11.(2)	12.(1)	12.(2)		
150	5	2 or 3		