

中山附中 111 學年度 第一學期 第三次段考 高二數學科 A 卷

一、單選題（每題 5 分，共 10 分）

- () 1. 設 O 為原點，下列哪一個條件可使點 P 在線段 \overline{AB} 上？
 (A) $\overrightarrow{AP} + 2\overrightarrow{AB} = \vec{0}$ (B) $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ (C) $\overrightarrow{OA} = \frac{3}{5}\overrightarrow{OB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{OP}$
 (D) $12\overrightarrow{OP} - 4\overrightarrow{OB} - 8\overrightarrow{OA} = \vec{0}$ (E) $5\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OA} - 6\overrightarrow{OB} = \vec{0}$
- () 2. 於 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 4$ ， $\overline{CA} = 2$ ，則下列哪一個選項的值最小？
 (A) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA}$ (B) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB}$ (C) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ (D) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB}$ (E) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA}$

二、多選題（每題 8 分，共 24 分，8-5-2-0）

- () 1. 已知 \vec{a} 、 \vec{b} 為平面上兩非零向量，則下列選項哪些是正確的？
 (A) $x, y \in R$ ，若 $x\vec{a} + y\vec{b} = \vec{0}$ ，則 $x = y = 0$
 (B) 若 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ ，則 $\vec{a} \perp \vec{b}$
 (C) 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，則 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$
 (D) 若 $|\vec{a}| = 5$ ， $|\vec{b}| = 2$ ，則 $\vec{c} = 2\vec{a} - 5\vec{b}$ 平分 \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角
 (E) 已知 $\vec{d} = x\vec{a} + y\vec{b}$ ，若 \vec{a} 與 \vec{b} 所決定的平行四邊形面積為 \vec{d} 與 \vec{a} 所決定的平行四邊形面積的 4 倍，則 $|y| = 4$
- () 2. 下列選項哪些是正確的？
 (A) $\begin{vmatrix} 3a & 3b \\ 3c & 3d \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ (B) $\begin{vmatrix} 4a & 3b \\ 3c & 4d \end{vmatrix} = 12 \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$
 (C) 若 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \sqrt{5}$ ，則 $\begin{vmatrix} -2a+b & 5a-3b \\ -2c+d & 5c-3d \end{vmatrix} = \sqrt{5}$
 (D) 若 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ 恰有一解，則 $\vec{u} = (a_1, b_1)$ 與 $\vec{v} = (a_2, b_2)$ 不平行
 (E) 若 $\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = 0$ ，則 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ 有無限多解
- () 3. 設 \overrightarrow{OA} 、 \overrightarrow{OB} 、 \overrightarrow{OC} 、 \overrightarrow{OD} 為平面上四個互不平行的非零向量，且滿足 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OD}$ ，則下列選項哪些是正確的？
 (A) $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC}$ (B) \overrightarrow{OA} 在 \overrightarrow{OD} 上的正射影與 \overrightarrow{OB} 在 \overrightarrow{OD} 上的正射影相同
 (C) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{OD}$ (D) $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{OD}$ (E) 存在一組實數 x 、 y ，使得 $\overrightarrow{OD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$

三、填充題（共 58 分）

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	8	16	24	30	36	42	46	50	54	58

1. 已知 $\vec{a} = (2, 1)$ 、 $\vec{b} = (5, 6)$ 、 $\vec{c} = (-1, 3)$ ，若實數 t 滿足 $(t\vec{a} + \vec{b}) \parallel \vec{c}$ ，則 $t = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

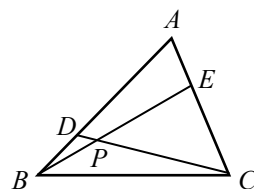
2. $\begin{vmatrix} \log 4 - \log 25 & \log 4 \\ 2 + \log 5 - \log 2 & 1 - \log 2 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}} \text{。}$

3. 設 $A(-2, 1)$ 、 $B(3, k)$ 、 $C(1, -2)$ 為坐標平面上三點。已知 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，其中 $-\frac{1}{2} \leq -x \leq 1$ ， $1 \leq y \leq 5$ ，所有 P 點所形成區域的面積為 72，則 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 已知向量 $\vec{a} = (-5, 3)$ 、 $\vec{b} = (6, 10)$ ，若 \vec{c} 在 \vec{a} 上知正射影為 $(10, -6)$ ，且 \vec{c} 在 \vec{b} 上知正射影為 $(3, 5)$ ，則 $|\vec{c}| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 設 $\vec{a} \neq \vec{0}$ ，且 $2|\vec{a}| = |\vec{b}| = |2\vec{a} + \vec{b}|$ ，若 $|\vec{a} + 3\vec{b}| = k|\vec{a}|$ ，則 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 如右圖， $\overline{AD} : \overline{BD} = 3 : 1$ ， $\overline{AE} : \overline{EC} = 1 : 2$ ，若 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，則數對 $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



7. 平面上兩直線 $L_1: ax + 4y = 8 + a$ ， $L_2: 3x + (a - 1)y = a - 2$ ，若 $L_1 \parallel L_2$ ，則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

8. 已知方程組 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ 的唯一解為 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ ，方程組 $\begin{cases} (a_1 - b_1)x + 2a_1y + c_1 = 0 \\ (a_2 - b_2)x + 2a_2y + c_2 = 0 \end{cases}$ 的解為 $(x, y) =$ _____。

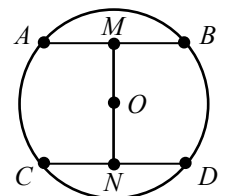
9. 已知直線 $L: ax + 2y = 5$ 與直線 $L_1: x - 3y - 1 = 0$ 所夾之銳角的餘弦值為 $\frac{2}{\sqrt{5}}$ ，則 $a =$ _____。
(兩解)

10. 已知 I 為 $\triangle ABC$ 的內心且滿足 $5\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} + 7\overrightarrow{IC} = \vec{0}$ ，若 $\triangle ABC$ 的周長為 30，則 $\triangle ABC$ 的面積為 _____。

四、計算題 (8%)

某工程處要編列運算，在一圓形的人工湖泊上建造工字形的人行步道，如圖，已知二線段 \overline{AB} 、 \overline{CD} 平行且等長，圓心 O 為 \overline{MN} 中點且 $\overline{MN} \perp \overline{AB}$ 。

1. 若 $\overline{OM} = x$ ， $\overline{MA} = y$ ，則步道總長為多少公尺？(以 x 、 y 表示) (2%)
2. 已知圓形湖泊半徑為 125 公尺，步道建造費用 1 公尺長約需 10 萬元，則此工程預算須編列多少萬元較合適？(6%)



中山附中 111 學年度 第一學期 第三次段考 高二數學科 A 卷

一、單選題

1.	2.
(D)	(A)

二、多選題

1.	2.	3.
(B)	(C)(D)	(B)(C)(D)

三、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
-3	-2	0 or -8	$\sqrt{170}$	$\sqrt{31}$
6.	7.	8.	9.	10.
$\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{9}\right)$	4	$\left(3, -\frac{5}{2}\right)$	$-\frac{2}{7}$ or 2	$15\sqrt{3}$

四、計算題

1.	2.
$2x + 4y$	$2500\sqrt{5}$ 萬