

高雄女中 111 學年度 第一學期 第三次段考 高二數學科 A 卷

一、多選題（每題 5 分，共 25 分，5-3-1-0）

() 1. 設 $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ，試選出正確的選項。

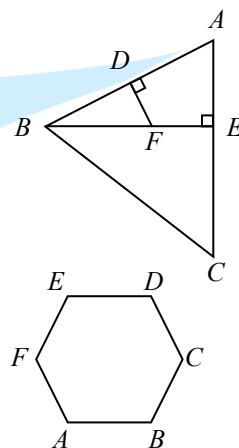
- (1) $\begin{vmatrix} 2022 & 116 \\ 1 & 2022 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2022 & 1 \\ 116 & 2022 \end{vmatrix}$ (2) $\begin{vmatrix} 116a & 116b \\ 116c & 116d \end{vmatrix} = 116^2 \times \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$
 (3) $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -d & c \\ -b & a \end{vmatrix}$ (4) $\begin{vmatrix} 6a - 4b & 8bd - 12ca \\ 6b - 9a & 18ca - 12bd \end{vmatrix} = 0$
 (5) $\begin{vmatrix} 3a + 100b & b \\ 3c + 100d & d \end{vmatrix} = 0$

() 2. 已知 A, B, C, P 為相異四點，試選出可以推得「 \overrightarrow{CA} 、 \overrightarrow{CB} 兩向量平行」的選項。

- (1) $\overrightarrow{PC} = (\cos^2 2022) \cdot \overrightarrow{PA} + (\sin^2 2022) \cdot \overrightarrow{PB}$
 (2) $10\overrightarrow{PA} = -7\overrightarrow{PB} + 17\overrightarrow{PC}$
 (3) $-3\overrightarrow{PA} - 10\overrightarrow{PB} + 7\overrightarrow{PC} = \vec{0}$
 (4) 設 $\overrightarrow{CA} = (a_1, a_2)$ ， $\overrightarrow{CB} = (b_1, b_2)$ ，且 $\begin{cases} a_1x + b_1y = 3 \\ a_2x + b_2y = 7 \end{cases}$ 有唯一解
 (5) $|\overrightarrow{CA}| |\overrightarrow{CB}| = -\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$

() 3. 如右圖所示， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{AC} = 7$ ，其中 \overline{BE} 為 \overline{AC} 上的高且 \overline{AB} 的中點為 D 。試選出正確的選項。

- (1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 19$ (2) $\overrightarrow{BF} \cdot \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{FA} \cdot \overrightarrow{AD}$
 (3) \overrightarrow{FA} 在 \overrightarrow{AE} 上的正射影為 $\frac{19}{49}\overrightarrow{AC}$ (4) \overrightarrow{BA} 和 \overrightarrow{BC} 在 \overrightarrow{BF} 上的正射影皆為 \overrightarrow{BE}
 (5) $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{BF} = -\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{BD}$



() 4. 有一個正六邊形 $ABCDEF$ ，如右圖所示。試選出值為正數的選項。

- (1) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB}$ (2) $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \cdot \overrightarrow{EC}$ (3) $(\frac{1}{2}\overrightarrow{FC} + \overrightarrow{AE}) \cdot \overrightarrow{FE}$
 (4) $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{AB}$ (5) $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE})$

() 5. 設 $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$ 為實數，關於二元一次聯立方程式 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ 的敘述，試選出正確的選項。

- (1) 若 $c_1 = 3$ ， $c_2 = 7$ 時有解，則方程式 $\begin{cases} a_1x + b_1y = 6 \\ a_2x + b_2y = 14 \end{cases}$ 恰有一解
 (2) 若 $c_1 = 0$ ， $c_2 = 0$ 時聯立方程式除了 $(x, y) = (0, 0)$ 外有其他解，則方程式 $\begin{cases} a_1x + b_1y = 1 \\ a_2x + b_2y = 2 \end{cases}$ 有解
 (3) 若 $c_1 = 0$ ， $c_2 = 0$ 時聯立方程式除了 $(x, y) = (0, 0)$ 外有其他解，則 $\begin{cases} 3a_1x + 2b_1y = 0 \\ 3a_2x + 2b_2y = 0 \end{cases}$ 亦有 $(x, y) = (0, 0)$ 以外的解
 (4) 若聯立方程式無解，則兩直線 $L_1: a_1x + b_1y = c_1$ ， $L_2: a_2x + b_2y = c_2$ 沒有交點
 (5) 若兩直線 $L_1: a_1x + b_1y = c_1$ ， $L_2: a_2x + b_2y = c_2$ 的法向量平行，則聯立方程式無解

二、填充題（每格 5 分，共 75 分）

1. 坐標平面上有兩點 $B(2, 1)$ ， $C(3, 4)$ ，若有另一點 A 滿足 $\overrightarrow{AC} = (-2, 3)$ ，則 $|\overrightarrow{5CA} - 2\overrightarrow{CB}| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 設 θ 為直線 $L_1: -2x + y + 5 = 0$ 和 $L_2: x + y - 3 = 0$ 的夾角之一，則 $\cos \theta =$ _____。
3. 已知三角形三邊長分別為 $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{AC} = 7$ ，則 $(\overline{AB} + 2\overline{CA}) \cdot \overline{AB} =$ _____。
4. 已知 O 為坐標平面上的原點，且平面上有兩向量 $\overrightarrow{OA} = (-4, 3)$ ， $\overrightarrow{OB} = (2, 1)$ 。令 $\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}$ ，其中 x 、 y 為實數。回答下列問題：
- (1) 若 x 、 y 滿足 $-3 \leq x \leq -1$ ， $1 \leq y \leq 4$ ，則滿足此條件的所有 P 點所形成區域的面積為 _____。
- (2) 已知 k 為實數，若 $\overrightarrow{OQ} = 2\overrightarrow{OA} + k\overrightarrow{OB}$ ，則當 k 為 _____ 時， $|\overrightarrow{OQ}|$ 有最小值。
5. 設兩直線 $L_1: (a - 5)x - y + 1 = 0$ ， $L_2: 8x + (a + 1)y - 2 = 0$ 。
- 當 $a = M$ 時，兩直線平行（沒有交點）；當 $a = m$ 時，兩直線重合，求數對 $(M, m) =$ _____。
6. 設 x 、 y 為實數且滿足 $4x - 3y = 16$ ，則 $(x + 3)^2 + (y + 1)^2 + 3$ 的最小值為 _____，此時數對 $(x, y) =$ _____。

7. 已知坐標平面上 O 為原點、 $A(6,8)$ 。若 P 點 (x,y) 滿足 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ y \geq 0 \end{cases}$ ，則 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP}$ 的最小值為 _____。

8. 若聯立方程式 $\begin{cases} 2784x - 936y = 2 \\ 1389x - 467y = 1 \end{cases}$ 的解為 $(x,y) = (a,b)$ ，則 $\frac{1}{ab} =$ _____。

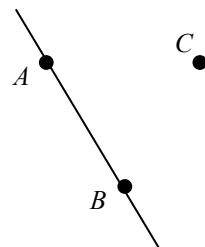
9. 有一個平行四邊形 $ABCD$ ，其中 $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{AD} = 6$ 。回答下列問題：

(1) 設 G 為 $\triangle BCD$ 的重心，若 $\overrightarrow{AG} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD}$ ，則 $(x,y) =$ _____。

(2) 設 E 在 \overline{AB} 上且滿足 $\overline{AE} : \overline{EB} = 4 : 3$ 且 A 的角平分線與 \overline{DE} 交於 P 點。設 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD}$ ，求 $(x,y) =$ _____。

10. 已知 $|\vec{a}| = 2|\vec{b}| = 6$ 且 $|\vec{a} + 2\vec{b}| = 6\sqrt{2}$ 。令 \vec{u} 在 \vec{a} 、 \vec{b} 方向上的正射影分別為 $-\frac{1}{2}\vec{a}$ 、 $2\vec{b}$ ，求 $|\vec{u}| =$ _____。

11. 坐標平面上有三點 $A(0,4)$ 、 $B(3,0)$ 、 $C(5,4)$ ，若光線由 C 點出發，沿著 \overrightarrow{CB} 方向射向直線 AB 上的 B 點後再反射至 D 點，其中 $\overline{BD} = 2\overline{CB}$ 。若反射過程滿足入射角等於反射角，則 D 點坐標為 _____。



高雄女中 111 學年度 第一學期 第三次段考 高二數學科 A 卷

一、多選題

1.	2.	3.	4.	5.
(1)(2)(4)	(1)(2)(5)	(1)(5)	(2)(3)(4)(5)	(3)(4)

二、填充題

1.	2.	3.	4.(1)	4.(2)
15	$\pm \frac{\sqrt{10}}{10}$	-24	60	2
5.	6.	7.	8.	9.(1)
(3,1)	28; (1, -4)	-30	48	$(\frac{4}{3}, \frac{2}{3})$
9.(2)	10.	11.		
$(\frac{12}{29}, \frac{8}{29})$	$3\sqrt{5}$	$(\frac{59}{5}, \frac{8}{5})$		