

福誠高中 111 學年度 第一學期 第三次段考 高二數學科 A 卷

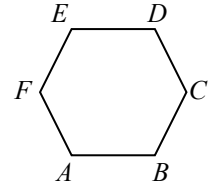
一、多選題（每題 5 分，共 10 分，5-3-1-0）

() 1. 關於正六邊形 $ABCDEF$ ，下列哪些選項正確？

(A) 正六邊形的六個邊，共可得到 12 個不相等的向量

(B) $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AF}$ (C) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AE} = 0$ (D) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} > \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB}$

(E) 若 $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AF}$ ，則 P 點落在 $\triangle ABF$ 的內部



() 2. 平面上有兩直線 $L_1: 4x - 3y - 3 = 0$ ， $L_2: ax + 4y - 2 = 0$ ，已知 L_2 過點 $(2, -1)$ ，則下列哪些選項正確？

(A) 向量 $(-4, 3)$ 為 L_1 的法向量 (B) 向量 $(3, 4)$ 與 L_1 垂直 (C) $a = -3$

(D) 向量 $(6, 8)$ 為 L_2 的法向量 (E) L_1 與 L_2 互相垂直

三、填充題（1~3 題每格 5 分，4~11 題每格 4 分，共 90 分）

1. 已知三點 $A(1, 4)$ 、 $B(4, 7)$ 、 $C(-1, 5)$ ，試求：

(1) $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CB} =$ _____。

(2) 若 $ABCD$ 為一梯形，其中 $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ 且 $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AB}$ ，則 D 點坐標為 _____。

(3) 若 P 點為線段 \overrightarrow{AB} 上一點，且滿足 $\overrightarrow{PA} : \overrightarrow{PB} = 2 : 3$ ，則 P 點坐標為 _____。

(4) 若 $\overrightarrow{AR} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，其中 $-2 \leq x \leq 1$ 、 $1 \leq y \leq 3$ ，則所有 R 點所形成的區域面積為 _____。

2. 設向量 $\vec{a} = (3, 7)$ ， $\vec{b} = (1, 1)$ ，試求：

(1) 若 $\vec{a} + k\vec{b}$ 的長度為 $\sqrt{10}$ ，則 $k =$ _____。

(2) 若 $|\vec{a} + t\vec{b}|$ 有最小值為 m ，則最小值 $m =$ _____。

(3) 若 $\vec{a} + r\vec{b}$ 與 \vec{b} 垂直，則 $r =$ _____。

(4) 若將 \vec{a} 分解為與 \vec{b} 平行和垂直的兩個分量 \vec{c} 、 \vec{d} ，則 \vec{c} 、 \vec{d} 分別為 _____。

3. $\triangle ABC$ 中， D 在 \overline{AB} 上，且 $\overline{AD} : \overline{DB} = 1 : 2$ ， E 在 \overline{AC} 上，且 $\overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 1$ ， \overline{CD} 與 \overline{BE} 交於 P ，

(1) 若 $\overline{AP} = x \overline{AB} + y \overline{AC}$ ，則數對 $(x, y) =$ _____。

(2) 若延長線段 AP ，交 \overline{BC} 於 Q 點，則 $\overline{AP} : \overline{AQ} =$ _____。

4. $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{AC} = 3$ ， $\angle BAC = 60^\circ$ 。設 D 、 E 、 F 分別為線段 \overline{BC} 、 \overline{AC} 、 \overline{AB} 上的點，且 $2\overline{BD} = \overline{CD}$ ， $\overline{AE} = 2\overline{CE}$ ， $\overline{AF} = \overline{BF}$ 。試求：

(1) $\overline{AB} \cdot \overline{AC} =$ _____。

(2) 設 $\overline{FD} = x \overline{AE} + y \overline{AF}$ ，則數對 $(x, y) =$ _____。

(3) $|\overline{FD}| =$ _____。

5. 設 \vec{u} 、 \vec{v} 為兩個長度為 2 的向量。若 $\vec{u} + \vec{v}$ 與 \vec{u} 的夾角為 15° ，則 \vec{u} 與 \vec{v} 的內積為 _____。

6. 設 x 、 y 為實數，若 $4x^2 + y^2 = 52$ ，則 $4x - 3y + 6$ 之最小值為 _____。

7. 設兩直線 $L_1: x - 2y = 0$ 與 $L_2: 3x + 4y + 13 = 0$ 的夾角為 θ ，則 $|\cos \theta| =$ _____。

8. 二階行列式 $\begin{vmatrix} 85 & 55 \\ 68 & 22 \end{vmatrix} =$ _____ 。

9. 已知 a 為實數，若直線 $L_1: (a+1)x + 4y = 4$ 與直線 $L_2: x + (a-2)y = 1$ 平行，則 $a =$ _____ 。

10. 若 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ 之解為 $(4, -2)$ ，則 $\begin{cases} (2a_1 - 3b_1)x + 4b_1y + c_1 = 0 \\ (2a_2 - 3b_2)x + 4b_2y + c_2 = 0 \end{cases}$ 的解為 _____ 。

11. 若 $\triangle ABC$ 內接於一單位圓內，設此單位圓的圓心為 O ，且 $\sqrt{3}\overrightarrow{OA} + \sqrt{2}\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$ ，則 $\triangle OAB$ 的面積為 _____ 。

福誠高中 111 學年度 第一學期 第三次段考 高二數學科 A 卷

一、多選題

1.	2.
(B)(C)(E)	(A)(D)(E)

二、填充題

1.(1)	1.(2)	1.(3)	1.(4)	2.(1)
$(13, 7)$	$(-7, -1)$	$\left(\frac{11}{5}, \frac{26}{5}\right)$	54	-4 or -6
2.(2)	2.(3)	2.(4)	3.(1)	3.(2)
$2\sqrt{2}$	-5	$\begin{matrix} \vec{c} = (5, 5) \\ \vec{d} = (-2, 2) \end{matrix}$	$\left(\frac{1}{9}, \frac{2}{3}\right)$	7 : 9
4.(1)	4.(2)	4.(3)	5.	6.
9	$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$	$\sqrt{3}$	$2\sqrt{3}$	-20
7.	8.	9.	10.	11.
$\frac{\sqrt{5}}{5}$	-1870	-2	$(-2, -1)$	$\frac{\sqrt{3}}{6}$