

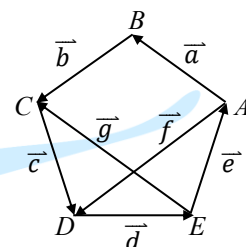
新莊高中 111 學年度 第一學期 第三次段考 高二數學科 A 卷

一、單選題（每題 5 分，共 20 分）

- () 1. 下列哪個角度可為兩直線 $4x - 2y = 1$ 與 $3\sqrt{2}x + \sqrt{2}y = 1$ 的夾角？
 (1) 45° (2) 75° (3) 60° (4) 120° (5) 150°
- () 2. 設平行四邊形 $ABCD$ ，對角線 \overline{AC} 與 \overline{BD} 的交點為 O ，下列哪個選項正確？
 (1) 若 $\overrightarrow{OP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$ ，則終點 P 落在 $\triangle OAB$ 中
 (2) 若 $\overrightarrow{OP} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$ ，則終點 P 落在 $\triangle OAD$ 中
 (3) 若 $\overrightarrow{OP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{OA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$ ，則終點 P 落在 $\triangle OBC$ 中
 (4) 若 $\overrightarrow{OP} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{OA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$ ，則終點 P 落在 $\triangle OCD$ 中
 (5) 若 $\overrightarrow{OP} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{OA} - \frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$ ，則終點 P 落在平行四邊形 $ABCD$ 外
- () 3. 設 $\vec{a} = (1, 2)$ ， $\vec{b} = (-2, k)$ ， $\vec{c} = (6, 1)$ ，且 $(\vec{a} - \vec{b}) \parallel \vec{c}$ 。若 \vec{a} ， \vec{b} 兩向量的夾角為 θ ，則 $\cos \theta = ?$
 (1) $\frac{\sqrt{5}}{25}$ (2) $-\frac{\sqrt{5}}{25}$ (3) $\frac{2\sqrt{5}}{25}$ (4) $-\frac{2\sqrt{5}}{25}$ (5) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
- () 4. 已知坐標平面上，兩向量 \vec{a} 與 \vec{b} 滿足 $|\vec{a}| = 4$ ， $\vec{a} \cdot \vec{b} = -10$ ，且 \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角為 120° ，則由 $2\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$ 與 $-3\vec{b}$ 兩向量所張成的平行四邊形面積為何？
 (1) $10\sqrt{3}$ (2) $20\sqrt{3}$ (3) $30\sqrt{3}$ (4) $60\sqrt{3}$ (5) $120\sqrt{3}$

二、多選題（每題 8 分，共 32 分，8-5-2-0）

- () 1. 如圖，正五邊形 $ABCDE$ 各邊依逆時針方向定義 \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} 、 \vec{d} 、 \vec{e} ，且 $\vec{f} = \overrightarrow{AD}$ ， $\vec{g} = \overrightarrow{EC}$ 。下列哪些選項正確？
 (1) $\vec{c} + \vec{d} = \overrightarrow{CE}$ (2) $\vec{e} + \vec{g} = \overrightarrow{EB}$ (3) $\vec{e} - \vec{g} = \overrightarrow{AC}$
 (4) $\vec{d} + \vec{f} + \vec{g} = \overrightarrow{AC}$ (5) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{f} = 3\overrightarrow{BC}$
- () 2. 坐標平面上，下列敘述哪些正確？
 (1) 若 $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{CD}$ ，則 A 、 B 、 C 、 D 四點共線
 (2) 若 $A(2, -3)$ 、 $B(k, 4)$ 、 $C(4, k)$ 三點共線。則 $k = -4$ 或 5
 (3) 不存在實數 k 使 $A(2, -3)$ 、 $B(k, 4)$ 、 $P(1, k)$ 三點共線
 (4) 若 $2\overrightarrow{AR} = t\overrightarrow{AB} + (2-t)\overrightarrow{AC}$ ，其中 t 為任意實數，則 B 、 C 、 R 三點共線
 (5) 設平面上 $\triangle ABC$ 與一點 P 滿足 $\overrightarrow{AP} = \frac{5}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ ，則 $\frac{\triangle PBC}{\triangle ABC} > 1$
- () 3. 平面上有一 $\triangle ABC$ ， $\overline{AB} = 4$ 、 $\overline{BC} = 5$ 、 $\overline{CA} = 6$ ，其內心為 I ，外心為 O ，垂心為 H ，請選出正確的選項。
 (1) $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB} = 8$ (2) $\overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ (3) $\overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{AC} = 22.5$
 (4) $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{15}\overrightarrow{BC}$ (5) $\overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{BC} < \overrightarrow{BI} \cdot \overrightarrow{BC}$



() 4. 設 a, b, c, d 均為實數，就以下六組數對，選出正確的選項。

$$I. (a, b, c, d) = (1, 2, 3, 4) \quad II. (a, b, c, d) = (1, 2, 3, 6) \quad III. (a, b, c, d) = (1, 2, 3, -6)$$

$$IV. (a, b, c, d) = (0, 9, 0, 7) \quad V. (a, b, c, d) = (0, 9, 0, -7) \quad VI. (a, b, c, d) = (0, 0, 9, -7)$$

(1) 滿足 $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) > (ac + bd)^2$ 的數對共有 5 組

(2) 滿足 $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2$ 的數對共有 4 組

(3) 滿足 $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2} > \sqrt{(a + c)^2 + (b + d)^2}$ 的數對共有 3 組

(4) 滿足 $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2} = \sqrt{(a + c)^2 + (b + d)^2}$ 的數對共有 2 組

(5) 滿足 $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2} < \sqrt{(a + c)^2 + (b + d)^2}$ 的數對共有 1 組

三、填充題（每格 4 分，共 48 分）

1. 行列式 $\begin{vmatrix} 115 & 2023 \\ 112 & 2026 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 設正三角形 ABC 且其邊長為 2，試求 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 設向量 $\vec{a} = (-3, 4)$ ， $\vec{b} = (2, 4)$ ，分解 \vec{a} 得 $\vec{a} = \vec{u} + \vec{v}$ ，其中 \vec{u} ， \vec{v} 滿足 $\vec{u} \parallel \vec{b}$ ， $\vec{v} \perp \vec{b}$ ，則 $\vec{v} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 平面坐標中， $\triangle ABC$ 的面積為 32， $\overrightarrow{AB} = (4, 3)$ ， $\overrightarrow{AC} = (a, b)$ ， $a < 0$ ，當 $|\overrightarrow{AC}|$ 有最小值時， $a + b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 設兩向量滿足 $|\vec{a}| = 2$ ， $|\vec{b}| = 4$ ，且 \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角為 120° ，若 $(\vec{a} + t\vec{b}) \perp \vec{b}$ 時，則：

(1) 長度 $|\vec{a} + t\vec{b}|$ 為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2) 向量 $\vec{a} + t\vec{b}$ 在 \vec{a} 上的正射影長為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 已知二元一次方程組 $\begin{cases} kx + 9y = k + 3 \\ x + ky = k - 1 \end{cases}$ 解情形為無限多組解，則 $k =$ _____。
7. 若 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ 的解為 $(6, 3)$ ，則 $\begin{cases} 2a_1x + (b_1 - c_1)y = 2c_1 \\ 2a_2x + (b_2 - c_2)y = 2c_2 \end{cases}$ 的解以數對 (x, y) 表示為 _____。
8. 坐標平面上三角形 OAB 面積為 45，平行四邊形 $OBPC$ 的面積為 75 且平行四邊形 $OAQC$ 的面積為 100，若 $\overrightarrow{OC} = \alpha \overrightarrow{OA} + \beta \overrightarrow{OB}$ 且 α, β 均為正實數，則數對 $(\alpha, \beta) =$ _____。
9. 如右圖 $\triangle ABC$ 中，點 $A(1, 1)$ ， $B(6, 11)$ ， $Q(4, 15)$ 。已知點 P 、 Q 分別為落在線段 \overline{AB} 與 \overline{BC} 上且滿足 $\overrightarrow{OP} = \frac{3}{5}\overrightarrow{OA} + \frac{2}{5}\overrightarrow{OB}$ 且 $\overline{AP} : \overline{PB} = \overline{BQ} : \overline{QC}$ ，則 $\triangle BCP$ 的重心坐標為 _____。
10. 平面上 $\triangle OAB$ 的面積為 T ，設 $\overrightarrow{OP} = \alpha \overrightarrow{OA} + (\alpha + \beta)\overrightarrow{OB}$ 且 $|\alpha| \leq 1$ ， $|\beta| \leq 2$ ，若所有滿足條件之終點 P 所圍成的區域面積為 kT ，則實數 $k =$ _____。
11. 設 $|\vec{a}| = 1$ ， $\vec{b} = (-1, \sqrt{3})$ ，求 $|2\vec{a} - \vec{b}|$ 的最大值為 _____。

新莊高中 111 學年度 第一學期 第三次段考 高二數學科 A 卷

一、單選題

1.	2.	3.	4.
(1)	(5)	(3)	(4)

二、多選題

1.	2.	3.	4.
(1)(4)	(1)(3)(4)(5)	(1)(2)(5)	(2)(3)

三、填充題

1.	2.	3.	4.	5.(1)
6414	-2	$(-4, 2)$	$\frac{64}{25}$	$\sqrt{3}$
5.(2)	6.	7.	8.	9.
$\frac{3}{2}$	3	$(-3, -3)$	$(\frac{5}{6}, \frac{10}{9})$	$(\frac{10}{3}, \frac{37}{3})$
10.	11.			
16	4			