

高雄中學 111 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科

一、多選題（每題 10 分，共 20 分，10-6-2-0）

() 1. 若 $f(x) = k^x$ 、 $g(x) = \log_k x$ ， $\alpha > 0$ 、 $\beta > 0$ 、 $k > 0$ ，下列何者正確？

- (A) 坐標平面上存在一直線，使得 $f(x)$ 的圖形與 $g\left(-\frac{1}{x}\right)$ 的圖形對稱
- (B) 坐標平面上存在一直線，使得 $g\left(\frac{1}{x}\right)$ 的圖形與 $y = f\left(\frac{1}{x}\right)$ 的圖形對稱
- (C) $f\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \leq \frac{f(\alpha)+f(\beta)}{2}$ ， $g\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \geq \frac{g(\alpha)+g(\beta)}{2}$
- (D) $f(\alpha + \beta) = f(\alpha)f(\beta)$ ， $g(\alpha\beta) = g(\alpha) + g(\beta)$
- (E) $f(g(\alpha)) = \alpha$ ， $g(f(\beta)) = \beta$

() 2. 不考慮大小月份和潤年，下列敘述何者正確？

- (A) 若每年通膨 5%，則 15 年後物價將超過現在的 2 倍
- (B) 本金相同時，20 期利率 9% 的單利獲利不如 20 期利率 5% 的複利獲利
- (C) 若採單利計算，則月利率 1% 和年利率 12% 相等
- (D) 若採連續複利（複利週期無窮小）計算，則月利率 1% 與年利率 12% 相等
- (E) 若採連續複利（複利週期無窮小）計算，年利率 100% 的情況，半年時獲利正好 50%

二、填充題（每格 5 分，共 60 分）

1. $4^{(\log_3 5)(\log_4 3)(\log_{\sqrt{5}} 6) - \log_2 7} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 若 $9^x = 25^y = 15^{xy}$ ，求 $x + y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 若向銀行借貸 1000 萬元買房，月利率 1%，每月結算並還 x 元，共 10 年還清，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
（無條件捨去， $1.01^{120} \approx 3.3$ ）

4. 若 0.2^{100} 從小數點後第 a 位始不為 0，且此不為 0 之數字為 b ，求 $b - a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. $a、b、c、d$ 皆為大於 0 之實數。且 $2^a = 5^b = 7^c$ ，比較 $2a、5b、6c$ 之大小為_____。

6. 設 $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$ ，求 $f\left(\frac{1}{112}\right) - f\left(\frac{2}{112}\right) + f\left(\frac{3}{112}\right) - \cdots - f\left(\frac{112}{112}\right) =$ _____。

7. 若 $\Gamma_1: y = \frac{2^x + 2^{-x}}{2}$ 與 $\Gamma_2: y = \frac{a}{2^x + 2^{-x}}$ ，相交於 $A、B$ 兩點，且 $\overline{AB} = 1$ ，求 $a =$ _____。

8. 若 x 為 2 的冪次方（即 $x = 2^k, k \in N$ ），求有多少個 x 滿足 $-1 < \log_2 \log_4 \log_8 x < 1$ ？_____。

9. 設 $a、b、c$ 為不等於 1 之相異正數，且 $a、b、c$ 成公比不為 1 之等比數列。若 $\log_c a、\log_b c、\log_a b$ 恰成等差數列，則公差為_____。

10. 設 $\alpha、\beta$ 為方程式 $\log_{2023} x + \log_x 2023 - 3 = 0$ 的兩根，求 $\log_\alpha \beta + \log_\beta \alpha =$ _____。

11. 若 $x \in R$ 且 $\log_{\frac{1}{6}}(x-3)(x+6) \geq -2$ ，求 $f(x) = \left(\log_3 \frac{|x|}{3}\right)(\log_3 |x|)$ 之最大值為 _____。

12. 若 $k \in R$ ，令 t 為 $\log_5 |x^2 - 3x - 4| = k$ 解的數量，求 t 可能之相異值的和為 _____。

三、計算證明題

1. 若 $\log_3 x + x - 5 = 0$ 的根為 α ， $x + 3^x - 5 = 0$ 的根為 β ，求 $\log_3 \alpha + 3^\beta =$ _____。

2. 設 a 、 b 、 c 為不等於 1 之相異正數，且 $\log_a 111 + \log_b 111 + \log_c 111 = \log_{abc} 111$ 。

求 $(abc)^4 - (abc)^2(a^2 + b^2 + c^2) + a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 =$ _____。

高雄中學 111 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科

一、多選題

| | |
|-----------|-----------|
| 1. | 2. |
| (A)(D)(E) | (A)(C)(D) |

二、填充題

| | | | | |
|-----------------|---------------|--------|---------------|----------------|
| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. |
| $\frac{36}{49}$ | 2 或 0 | 143478 | -69 | $5b > 6c > 2a$ |
| 6. | 7. | 8. | 9. | 10. |
| $-\frac{1}{6}$ | $\frac{9}{4}$ | 41 | $\frac{3}{2}$ | 7 |
| 11. | 12. | | | |
| 2 | 9 | | | |

三、計算證明題

| | |
|----|----|
| 1. | 2. |
| 5 | 1 |