

北門高中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高一數學科

一、單選題（每題 5 分，共 20 分）

- () 1. 已知一等差數列共有 12 項，其奇數項的和為 32，偶數項的和為 56，則此數列的公差為
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6
- () 2. 一等比級數的前 n 項和 $S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{2^{n-1}}$ ，使 $2 - S_n < 0.001$ 的最小正整數 n 等於
(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12
- () 3. 某公司四年來的營收成長率分別為 60%、-40%、20%、80%，則此公司這四年的每年平均營收成長率為？
(A) 10% (B) 20% (C) 30% (D) 40% (E) 50%
- () 4. 下列為五個班級模擬考成績的分組資料，則何者的成績標準差最小？

(A)

| | | | | | | |
|----|---|---|----|----|----|----|
| 級分 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 人數 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |

(B)

| | | | | | | |
|----|----|---|----|----|----|----|
| 級分 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 人數 | 18 | 2 | 1 | 1 | 2 | 18 |

(C)

| | | | | | | |
|----|---|---|----|----|----|----|
| 級分 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 人數 | 8 | 6 | 7 | 7 | 6 | 8 |

(D)

| | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|
| 級分 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 人數 | 10 | 10 | 1 | 1 | 10 | 10 |

(E)

| | | | | | | |
|----|---|---|----|----|----|----|
| 級分 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 人數 | 1 | 2 | 18 | 18 | 2 | 1 |

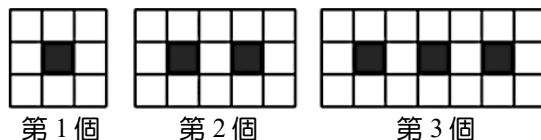
二、多選題（每題 5 分，共 10 分，5-3-1-0）

- () 1. 等差數列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 > 0$ ，且前 n 項和為 S_n ，若 $S_{15} = S_{22}$ ，則下列何者正確？
(A) 公差小於 0 (B) $a_{18} > 0$ (C) $a_{20} > 0$ (D) $a_{18} + a_{20} < 0$ (E) $S_{30} < 0$
- () 2. 下列哪些選項的敘述是正確的？
(A) 相關係數 r 一定滿足 $-1 \leq r \leq 1$ (B) 若兩變量呈直線關係，則相關係數為 1
(C) 若 (x, y) 的相關係數為 0.3，則 $(-5x + 1, 2y + 7)$ 的相關係數為 -0.3
(D) 二維數據的單位改變之後，相關係數也會改變 (E) 將二維數據經過標準化之後，相關係數也會改變

三、填充題（每格 5 分，共 60 分）

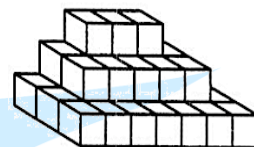
1. 一數列 $\{a_n\}$ 的前 n 項之和 $S_n = 3n^2 + n$ ，求此數列第 10 項 $a_{10} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2. 已知 $\{a_n\}$ 為等比數列且其公比在 0 和 1 之間，若首項與第三項的差為 35，首項與第二項的和為 20，則此等比數列的首項為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 用黑、白兩種顏色的正方形地磚依照如下的規律拼圖形：



設 a_n 是第 n 個用到的白色地磚塊數，則數列 $\langle a_n \rangle$ 的遞迴定義式為 _____。

4. 附圖是 3 層的積木堆，最上層有 3×1 塊積木，每往下一層，長邊增加 2 塊積木，寬邊增加 1 塊積木，及第二層有 5×2 塊積木，第三層有 7×3 塊積木。試問：如果仿照上面的方式，由上往下堆疊成 20 層的積木堆，共需要 _____ 塊積木。



5. 某人於每年年初存入銀行 10000 元，依年利率 3% 複利計息，則第 5 年年底結算時，本利和為 _____ 元。
(已知 $1.03^5 \approx 1.1593$)

6. 體育課時，老師考排球的發球，一年級 200 位學生發球得分數與人數如表所示：

則此 200 位學生發點分數的第 70 百分位數 $P_{70} =$ _____。

| 得分數 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-----|----|----|----|----|----|----|---|
| 人數 | 15 | 29 | 41 | 60 | 32 | 16 | 7 |

7. 某班 50 位同學，期中考同學成績 $X: x_1, x_2, \dots, x_{50}$ ，平均分數是 35 分，標準差是 7 分，老師決定將全班每位同學的成績以 $y_i = ax_i + b$ 的方式調高，其中 $a > 0$ ，最高分數不得超過 100 分， $Y: y_1, y_2, \dots, y_{50}$ 是調整後的新分數，調整後該班平均分數為 60 分，標準差是 9 分，試求數對 $(a, b) =$ _____。

8. 若 30 為學生的身高（公分）分別為 x_1, x_2, \dots, x_{30} ，體重（公斤）分別為 y_1, y_2, \dots, y_{30} ，已知
- $$(x_1 - \mu_x)^2 + (x_2 - \mu_x)^2 + \dots + (x_{30} - \mu_x)^2 = 20000, (y_1 - \mu_y)^2 + (y_2 - \mu_y)^2 + \dots + (y_{30} - \mu_y)^2 = 7200,$$
- $$(x_1 - \mu_x)(y_1 - \mu_y) + (x_2 - \mu_x)(y_2 - \mu_y) + \dots + (x_{30} - \mu_x)(y_{30} - \mu_y) = 8400, \text{ 其中 } \mu_x = \frac{x_1 + \dots + x_{30}}{30},$$
- $$\mu_y = \frac{y_1 + \dots + y_{30}}{30}, \text{ 則身高 } (x) \text{ 與體重 } (y) \text{ 的相關係數為 } \underline{\hspace{2cm}}。$$

9. 某班 40 位同學第二次段考的數學成績 (x) 與物理成績 (y) 的統計數據如下：
- x 的平均數 60 分， y 的平均數 70 分， x 的標準差 10 分， y 的標準差 5 分，又 x 與 y 的相關係數是 0.8。
- (1) 求物理成績 (y) 對數學成績 (x) 的最適直線為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(以 $y = ax + b$ 形式表之)
- (2) 若某學生的數學成績為 85 分，則推估其物理成績為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 分。

10. 設三筆數據 $(1, 3)$ 、 $(3, 2)$ 、 $(a, 4)$ 的最適直線為 $y = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4}$ ，則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

11. 小睿參加某系的申請入學。他學測成績國文、英文、數學、社會、自然分別為 12、11、13、13、11 級分。已知小睿通過第一階段篩選，且筆試一 80 分、筆試二 85 分。試求小睿收到成績單上的分數是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 分。

| X X大學 X X系 | | 學科能力測驗 篩選方式 | | | 甄選總成績採計方式 及佔總成績比例 | | | | |
|-----------------|--------|----------------|--------|----------|----------------------|----------------------|----------|----|----------------------|
| | | 第一階段 | | | 第二階段 | | | | |
| | | 科目 | 檢定 | 篩選 備率 | 學測 成績 採計 方式 | 佔甄 選總 成績 比例 | 指定 項目 | 檢定 | 佔甄 選總 成績 比例 |
| 校系代 碼 | 005566 | 國 文 | — | — | *1.00 | 15% | 筆試 一 | — | 45% |
| 招生名 額 | 40 | 英 文 | 均 標 | — | *1.00 | | 筆試 二 | — | 40% |
| 性別要 求 | 無 | 數 學 | 前 標 | 3 | *2.00 | | | | |
| 預計甄 試人數 | 120 | 社 會 | — | — | — | | | | |
| 原住民 外加名 額 | 1 | 自 然 | — | — | *1.00 | | | | |
| 離島外 加名額 | 無 | 總 級 分 | — | 5 | — | | | | |

四、計算證明題（共 10 分）

設某數列 $\langle a_n \rangle$ 中， $a_1 = 1$ ， $a_n = \frac{a_{n-1} - 4}{a_{n-1} - 3} (n \geq 2)$

1. 試求 a_2 、 a_3 、 a_4 之值（3 分）
2. 試測數列 $\langle a_n \rangle$ 的一般項通式（1 分）
3. 利用數學歸納法，驗證(2)所推測的結果（6 分）



北門高中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高一數學科

一、單選題

| | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| 1. | 2. | 3. | 4. |
| (C) | (D) | (B) | (E) |

二、多選題

| | |
|--------|--------|
| 1. | 2. |
| (A)(B) | (A)(C) |

三、填充題

| | | | | |
|-----|--------------------------------|--|-----------------|-------|
| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. |
| 58 | 送分 | $\begin{cases} a_1 = 8 \\ a_n = a_{n-1} + 5, n \geq 2 \end{cases}$ | 5950 | 54693 |
| 6. | 7. | 8. | 9.(1) | 9.(2) |
| 3 | $\left(\frac{9}{7}, 15\right)$ | 0.7 | $y = 0.4x + 46$ | 80 |
| 10. | 11. | | | |
| 5 | 82 | | | |

四、計算證明題

| | | |
|---|------------------------|----|
| 1. | 2. | 3. |
| $a_2 = \frac{3}{2}, a_3 = \frac{5}{3}, a_4 = \frac{7}{4}$ | $a_n = \frac{2n-1}{n}$ | 略 |