

岡山高中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高一數學科

一、多選題（每題 5 分，共 10 分，5-3-0）

() 1. 下列敘述哪些正確？

(A) $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+2)}{2}$

(B) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(C) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

(D) 已知相關係數 r 的範圍是 $-1 \leq r \leq 1$ ，則當 r 越大時，相關程度越高

(E) 螺絲工廠連續三年的營收成長率分別為 60%、20% 及 -10%，則這三年來平均成長率為 20%

() 2. 某班有 35 位同學，段考後分別以 $y_1 = 0.8x_1 + 20$ 和 $y_2 = 0.75x_2 + 25$ 的方式來調整數學和英文分數，其中 x_1 、 x_2 分別代表原始數學和英文分數， y_1 、 y_2 分別代表調整後的數學和英文分數。已知數學和英文調整後平均皆為 60 分，調整後的標準差分別為 16 分和 15 分。下列敘述何者正確？

(A) 每位同學調整後的數學分數皆不低於原始分數

(B) 數學的原始平均分數比英文的原始平均分數高

(C) 數學的原始分數標準差比英文的原始分數標準差高

(D) 若 A 同學數學調整後的分數比 B 同學英文調整後的分數高，則 A 同學數學原始分數比 B 同學英文原始分數高

(E) 數學與英文原始分數的相關係數與調整後分數的相關係數相同

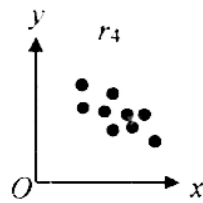
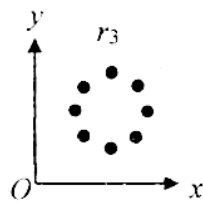
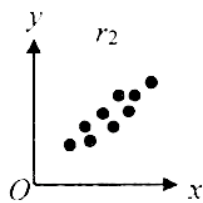
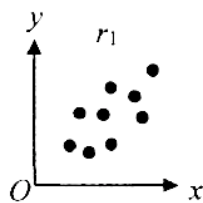
二、填充題（每格 5 分，共 80 分）

1. 設數列 $\{a_n\}$ 的遞迴關係式為 $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = \frac{n}{n+1} a_{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$ ，求 $a_6 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 求 $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 10^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 求數據 2, 5, 6, 8, 14 的標準差為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 將下列各散佈圖的相關係數 r_1, r_2, r_3, r_4 由小到大排列：_____。



5. 已知等比數列 $\langle a_n \rangle$ 中， $a_2 = 6$ ， $a_6 = 486$ ，首項 a ，公比 r ，求數對 $(a, r) =$ _____。

6. 已知等差數列 $\langle a_n \rangle$ 中， $a_1 + a_2 + a_3 = 3$ ， $a_4 + a_5 + a_6 = 21$ ，求 $a_7 + a_8 + a_9 =$ _____。

7. 求等比級數 $3 + 6 + 12 + \cdots + 1536 =$ _____。

8. 珊珊打工的起薪為每月 35000 元，因為珊珊工作表現優良，老闆連三年每年都讓珊珊加薪 10%，請問三年後珊珊的薪水為每月_____元。

9. 兩變量 x 與 y 的數據如右表：

x	4	5	7	8
y	6	5	9	8

若 x 與 y 的平均數分別為 μ_x 和 μ_y ，相關係數為 r ，求數對 $(\mu_x, \mu_y, r) =$ _____。

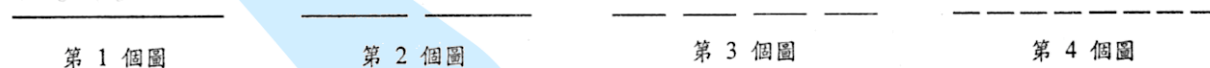
10. 某次數學考試成績不太理想，全班同學的算數平均數為 30 分，標準差為 12 分，最高分僅有 60 分，老師決定採線型函數 $y = ax + b$ 調整成績，將每位學生的原始成績 x 調整變成為 y 。已知調整後的成績最高變為 100 元，算術平均數變成為 60 分，求調整後成績的標準差為 _____ 分。

11. 某校有 350 位學生，根據他們的學測數學級分成績整理如下表：

學測成績（分）	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
人數（人）	0	3	19	44	65	68	73	31	22	8	9	3	1	3	1	0

若第 1 四分位數與第 60 百分位數分別為 Q_1 與 P_{60} ，求數對 $(Q_1, P_{60}) =$ _____。

12. 已知一個線段，將其等分為 2 個線段；接著將每個線段分別等分為 2 個線段；…，依此類推，每次都將所有線段等分為 2 個線段。如下各圖所示，設 a_n 表示第 n 個圖中的線段個數。若數列 $\{a_n\}$ 的遞迴關係式為 $a_1 = 1$ ， $a_n = ra_{n-1}, n \geq 2$ ，第 8 項 $a_8 = k$ ，則數對 $(r, k) =$ _____。



13. 有 n 筆數據 $(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, n$ 。已知兩變量 x 與 y 的平均數分別為 $\mu_x = 4$ 和 $\mu_y = 3$ ，標準差分別為 $\sigma_x = 2$ ， $\sigma_y = 5$ ， x 與 y 的相關係數為 -0.6 ，若 y 對 x 的迴歸方程式為 $y = mx + k$ ，求數對 $(m, k) =$ _____。

14. 當 $(3 - a - b)^2 + (2 - 2a - b)^2 + (1 - 3a - b)^2$ 為最小值時，數對 $(a, b) =$ _____。

15. 求 $99^2 - 98^2 + 97^2 - 96^2 + \cdots + 3^2 - 2^2 + 1^2 =$ _____ 。

16. 有 8 筆數據 x_1, x_2, \dots, x_8 的算數平均數為 7，且這 8 筆數據的平方和為 520，設 k 為實數，則 $(x_1 - k)^2 + (x_2 - k)^2 + \cdots + (x_8 - k)^2$ 的最小值為 _____ 。

二、混合題（共 10 分）

請回答下列問題：

1. 已知數列 $\langle a_n \rangle$ 的遞迴關係為 $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_n = 2a_{n-1} + 3, n \geq 2 \end{cases}$ ，求一般項 a_n 。（計算題，4 分）
2. 利用數學歸納法證明(1)的一般式 a_n 的結果。（證明題，6 分）

岡山高中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高一數學科

一、多選題

1.	2.
(B)(C)(E)	(A)(B)(D)(E)

二、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
$\frac{1}{7}$	3025	4	$r_2 > r_1 > r_3 > r_4$	$(2, 3) \text{ or } (-2, -3)$
6.	7.	8.	9.	10.
39	3069	46585	$(6, 7, 0.8)$	16
11.	12.	13.	14.	15.
$(4, 6)$	$(2, 128)$	$(-\frac{3}{2}, 9)$	$(-1, 4)$	160100
16.				
128				

四、混合題

1.	2.
$a_n = 5 \times 2^{n-1} - 3$	略