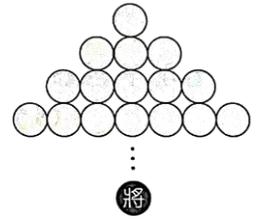


前鎮高中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高一數學科

一、多選題 (每題 5 分, 共 25 分, 5-3-1-0)

() 1. 古代陣法中,「魚鱗陣」的將領位於陣形的正後方,士兵如右圖排列:第 1 列有 1 人、第 2 列有 3 人、第 3 列有 5 人、……,以此類推。設 a_n 是第 n 列士兵的人數, S_n 是前 n 列的士兵總人數;下列敘述何者正確?



- (A) $\langle a_n \rangle$ 為一等差數列 (B) $a_8 = 15$ (C) $S_{10} = 90$
 (D) 已知此魚鱗陣第 k 列有 49 人, 則 $k = 25$
 (E) 若今天共有 200 位士兵, 則可排成一個完整的魚鱗陣

() 2. 已知字集 $U = \{x | -10 \leq x \leq 10, x \in Z\}$, 集合 $A = \{x | -10 \leq x \leq 0, x \in Z\}$, 集合 $B = \{x | 0 \leq x \leq 10, x \in Z\}$, 下列敘述何者正確?

- (A) $A \cup B = U$ (B) $A \cap B = \{0\}$ (C) $A' \cap B' = \emptyset$ (D) $A - B' = \{0\}$ (E) $(A \cap B)' = A' \cap B'$

() 3. 在西洋盤上放置小麥, 規則如下:

- (1) 第一格放入 2 粒小麥, 第二格放入 4 粒小麥 (2) 每一格所放入的小麥剛好比前一格的 3 倍少 2 粒。
 假設 a_n 為第 n 格所放入小麥的數目, 下列敘述何者正確?

- (A) $a_4 = 28$ (B) $\langle a_n \rangle$ 的一般項為 $a_n = 3^n + 1$ (C) $\langle a_n \rangle$ 的遞迴關係式為 $a_n = 3a_{n-1} + 2 (n \geq 2)$
 (D) $\langle a_n - 1 \rangle$ 為一等比數列 (E) 放了 6 格後, 總共用掉 370 粒小麥

() 4. 1 ~ 400 的正整數中,

- (A) 是 3 的倍數共有 133 個 (B) 是 2 或 5 的倍數共有 240 個
 (C) 是 5 但不是 3 的倍數共有 54 個 (D) 是 2 或 3 或 5 的倍數共有 287 個
 (E) 是 2 或是 3, 但不是 5 的倍數共有 53 個

() 5. 已知 $\langle a_n \rangle$ 是一公差為 d 之等差數列, $\langle b_n \rangle$ 是一公比為 r 之等比數列, 且 $a_1 = -1, d > 0; b_1 = 1, r < 0$; 下列敘述何者正確?

- (A) $\langle 3a_n \rangle$ 是一公差為 d 之等差數列 (B) $\langle 3b_n \rangle$ 為一公比為 $3r$ 之等比數列
 (C) 若 $a_9 > 1, a_5$ 必定為正 (D) 若 $b_{10} > b_8$, 則 $r < -1$
 (E) 若 $a_5 = b_5 = 1$, 可得 $r = -2d$

二、填充題 (每格 5 分, 共 60 分)

1. 已知四個正數 6、 x 、 y 、16, 前三項成等差數列, 後三項成等比數列, 求 $x + y =$ _____。

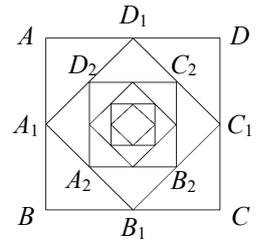
2. 求連續正偶數的平方和 $2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 24^2 =$ _____。

3. 等比數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_1 + a_3 = 5, a_2 + a_4 = 10$, 假設公比為 r , 求數對 $(a_1, r) =$ _____。

4. 有一等差數列 (a_n) 之首項 $a_1 = 51$ ，若 $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ ，且 $S_6 = S_{12}$ ，求 S_n 之最大值为 _____。

5. 如右圖之正方形 $ABCD$ ，周長為 40 公分，以各邊中點為頂點連成的四邊形亦為正方形，則圖中的六個正方形中，求：

- (1) 周長的總和為 _____ 公分。
 (2) 面積的總和為 _____ 平方公分（每個正方形的面積獨立計算）



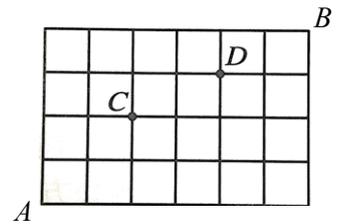
6. 老陳到賭場玩輪盤賭博，限於時間因素，最多只能玩五局，每局輸贏均是 100 元；他以 100 元作為本錢下注，並自行設定五局錢輸光原有的本錢 100 元，或是淨贏 300 元時就停止賭博，則所有可能的情形共有 _____ 種。

7. 玉品集團旗下溪堤牛排餐廳，客人需要從 3 種沙拉、2 種湯品、5 種主餐、3 種甜點以及 4 種飲料各選 1 種組成一份套餐。今天阿睿到餐廳內點了一份套餐，總共會有 _____ 種套餐內的點法。

8. 甲地到乙地共有 9 條路；其中 2 條是甲往乙的單行道，3 條是乙往甲的單行道，其餘為雙向道；阿哲從甲地到乙地，再返回甲地；去回不走同一條路，他有 _____ 種選擇的方法。

9. 已知甲乙丙丁戊己共六人排一列，
- (1) 甲排首的排列方法共有 _____ 種。
 - (2) 乙丙相鄰的排列方法共有 _____ 種。
 - (3) 甲乙不相鄰且丙丁不相鄰的排列方法共有 _____ 種。

10. 如右圖的棋盤式街道，某甲從 A 到 B 走捷徑，經過 C 或經過 D 的走法共有 _____ 種。



11. 用 0、1、2、3、4、5、6 共 7 個數字做成三位數，數字不重複使用，偶數共有 _____ 個。

12. 包含甲乙丙之內的 7 個人想要交換一份禮物，每人將自己名字的籤投入籤筒，甲乙丙三人先抽籤，三人皆不抽中自己禮物的方法有 _____ 種。

三、計算證明題（共 10 分）

設數列 $\langle a_n \rangle$ 的遞迴關係式為 $\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_n = 4a_{n-1} + 3 \quad (n \geq 2) \end{cases}$ ，今猜測一般項 a_n 的公式為 $a_n = 4^n - 1$ ，請使用數學歸納法驗證，對於所有的正整數 n ，猜測是正確的。

前鎮高中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高一數學科

一、單選題

1.	2.	3.	4.	5.
(A)(B)(D)	(A)(B)(C)(D)	(A)(D)(E)	(A)(B)(C)	(C)(E)

二、多選題

1.	2.	3.	4.	5.(1)
21	2600	(1, 2)	243	$70 + 35\sqrt{2}$
5.(2)	6.	7.	8.	9.(1)
$196\frac{7}{8}$	11	360	38	120
9.(2)	9.(3)	10.	11.	12.
240	336	141	105	3216

三、計算證明題

1.
略

