

福誠高中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高一數學科

一、基本計算題（每格 4 分，共 52 分）

1. 已知等差數列 $\langle a_n \rangle$ 的第 3 項 $a_3 = 1$ ，第 7 項 $a_7 = 9$ ，求第 15 項 $a_{15} =$ _____。
2. 呈第 1 題，若等差數列 $\langle a_n \rangle$ 共有 88 項，試求這 88 個數據的第 3 四分位數 $(Q_3) =$ _____。
3. 求等比級數 $1 - 2 + 2^2 - 2^3 + \dots + 2^{10} =$ _____。
4. 求 $15^2 + 16^2 + 17^2 + \dots + 25^2 =$ _____。
5. 已知數列 $\langle a_n \rangle$ 前 n 項的和 $S_n = n^2 + n + 1$ ，求 $a_{10} - a_1 =$ _____。
6. 好來屋電器公司統計最近四年來冷氣的成長率分別為 47%、-19%、44%、47%，試求該公司這四年冷氣機銷售量的平均成長率為 _____。
7. 阿成在第一次月考的物理成績為 60 分，數學成績亦為 60 分。已知全校的物理成績平均為 55 分，標準差為 10 分，全校的數學成績平均為 50 分，標準差為 25 分。試問以標準化數據而言，阿成與全校同學比較，是哪一科考的較好呢？還是一樣好？ _____。

8. 兩組數據，其相關係數為 0.5，第 1 組數據的平均數 10，標準差 2，第 2 組數據的平均數 15，標準差 4，若分別將兩組數據乘以 2 再減去 1 後。令第 1 組數據調整後的平均數 μ ，第 2 組數據調整後的標準差是 σ ，及兩組數據調整後的相關係數是 r ，試求數對 $(\mu, \sigma, r) =$ _____。

【第 9 題至第 13 題，請以下列的條件作答。】

酷龍最近五次月考的英文與數學成績對應如右：

英文 (x)	60	55	45	70	70
數學 (y)	70	70	40	50	70

9. 酷龍最近五次月考的英文成績平均為 _____ 分。
10. 酷龍最近五次月考的英文成績標準差為 _____ 分。
11. 酷龍最近五次月考的英文與數學成績的相關係數為 _____。
12. 數學成績 y 對英文成績 x 的最適直線方程式為 _____。
13. 已知酷龍下一次月考的英文是 78 分，試利用最適直線方程式預測數學成績為 _____ 分。

二、填充題（共 38 分）

題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
得分	7	13	18	22	26	30	33	36	38

1. 已知數列 $\{a_n\}$ 的遞迴關係式為 $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = a_{n-1} + (2n + 1), n \geq 2 \end{cases}$ ，試求其一般項通式為 _____。

2. 求數列 $\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{1}{2}, \frac{3}{1}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{4}{1}, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ 的第 100 項是 _____。

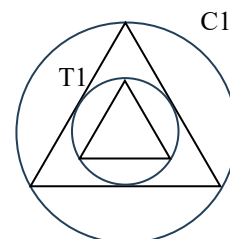
3. 一等比數列前 3 項的和是 21，前 6 項的和是 189，試求其前 9 項的和為 _____。

4. 試求級數 $1 \times 2 + 3 \times 5 + 5 \times 8 + \dots + 29 \times 44 =$ _____。

5. 有二個等差數列，其前 n 項總和的比是 $(4n + 1) : (3n + 1)$ ，求此二數列第 9 項的比值是 _____。

6. 阿南於今年年初開始，每月一日存入銀行 10000 元，按複利計算月利率 0.2%。試問二年後可領回本利和 _____ 元。 $(1.002^{24} \approx 1.05)$

7. 如右圖，設圓 C1 內接正三角形為 T1，圓 C2 為 T1 的內切圓，T2 為圓 C2 的內接正三角形，依此類推。若 T_n 的面積為 a_n ，已知 $a_1 = 768$ ，試求 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 =$ _____。



8. 某班共有 50 位學生，在第一次段考數學成績公佈後，才發現兩位同學違反試場規則，原始成績分別為 40 分及 60 分，皆改為 0 分。修改成績後的全班平均是 50 分，標準差是 26 分，試求修改成績前全班成績的標準差為 _____ 分。
9. 設有 20 對 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_{20}, y_{20})$ 的數據，其中平均數 $\mu_x = 20$ ， $\mu_y = 120$ ，標準差 $\sigma_x = 2$ ， $\sigma_y = 24$ ，相關係數 $r = -0.9$ 。若 $x' = 2x + 10$ ， $y' = -\frac{1}{3}y + 30$ ，試求 y' 對 x' 的最適直線方程式為 _____。

三、計算證明題（共 10 分）

設數列 $\langle a_n \rangle$ 中， $a_1 = \frac{1}{3}$ ， $a_n = \frac{1+a_{n-1}}{3-a_{n-1}}$ ($n \geq 2$)

1. 試求 a_2, a_3, a_4 之值，並推測 $\langle a_n \rangle$ 的一般項通式。(4 分)
2. 利用數學歸納法，驗證一般項通式推測結果。(6 分)

福誠高中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高一數學科

一、基本計算題

1.	2.	3.	4.	5.
25	128	683	4510	17
6.	7.	8.	9.	10.
26%	物理	(19, 8, 0.5)	60	$3\sqrt{10}$
11.	12.	13.		
$\frac{5}{12}$	$y = \frac{5}{9}x + \frac{80}{3}$	70		

二、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
$a_n = n^2 + 2n - 2$	$\frac{6}{9}$	1533	6855	$\frac{69}{52}$
6.	7.	8.	9.	
250500	1023	24	$y' = 1.8x' - 100$	

四、計算題

1.	2.
$a_2 = \frac{2}{4}, a_3 = \frac{3}{5}, a_4 = \frac{4}{6} \quad a_n = \frac{n}{n+2}$	略