

# 瀛海高中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高一數學科

## 一、單選題（每題 5 分，共 15 分）

- ( ) 1. 若有一數為  $12345678910111213\cdots 99100101102\cdots$ ，依此規則，則自左算起的第 264 個數字為下列哪一個選項？  
 (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5
- ( ) 2. 5 件不同的玩具，全部分給包包、蓉蓉、瑤瑤、亭亭四位小朋友，每個人可兼得，依下列兩種分法。  
 ① 包包同學至少得一件的方法數為  $m$  種；② 包包同學恰得一件的方法數為  $n$  種。求  $m - n = ?$   
 (1) 376 (2) 781 (3) 875 (4) 904 (5) 1280
- ( ) 3. 若刪去正整數數列  $1, 2, 3, \cdots$  中的所有「完全平方數」與「完全立方數」，仍維持由小到大的順序得到一個新數列  $\langle a_n \rangle = \langle 2, 3, 5, 6, \dots \rangle$ ，則此新數列的前 125 項和為下列何者？  
 (1) 6055 (2) 7144 (3) 8999 (4) 9064 (5) 9140

## 二、多選題（每題 6 分，共 24 分，6-4-2-0）

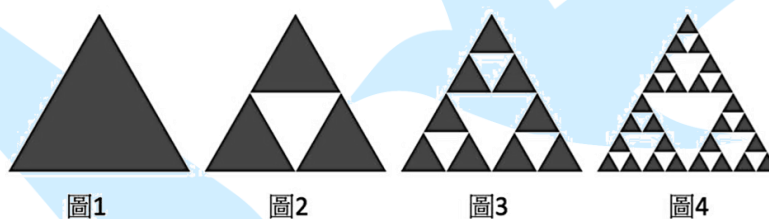
- ( ) 1. 下列敘述何者正確？  
 (1) 已知宇集為整數，若  $A = \{x \mid -2 \leq x \leq 3, x \in \mathbb{Z}\}$ ， $B = \{x \mid -5 \leq x \leq 0, x \in \mathbb{Z}\}$ ，則  $n(A \cup B) = 8$   
 (2) 若宇集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ， $A = \{1, 2, 3\}$ ， $B = \{2, 4, 5\}$ ，則  $n(A') = n(A - B)$   
 (3) 整數 360 的正因數有 30 個  
 (4) 符號  $P_4^7$  的運算結果為 840  
 (5)  $aaabbb$  這 5 個英文字母的排列方法數共  $\frac{P_3^5}{2!}$  種
- ( ) 2. 設實數數列  $\langle a_n \rangle$  是公比為  $-0.1$  的等比數列，實數數列  $\langle b_n \rangle$  是首項為 5 的等差數列。已知  $a_3 b_3 < 0$  且  $a_3 a_4 b_4 > 0$ ，則下列選項何者正確？  
 (1) 數列  $\langle b_n \rangle$  的公差小於 0 (2)  $a_1 < 0$  (3)  $b_4 < 0$   
 (4)  $a_5 b_5 < 0$  (5) 若  $a_8 > a_9$ ，則  $a_9 < a_{10}$
- ( ) 3. 全班 45 位中，第一次段考國文及格的有 29 位，英文及格者的有 23 位，數學及格的有 19 位。國文、英文兩科都及格的有 15 位；英文、數學兩科都及格的有 12 位；國文、數學兩科都及格的有 13 位；國、英、數都及格的有 10 位，下列關於全班學生的敘述，何者正確？  
 (1) 三科至少有一科及格的有 41 位 (2) 三科都不及格的有 26 位 (3) 三科恰有一科及格的有 21 位  
 (4) 三科至少有兩科及格的有 21 位 (5) 國文且英文及格，但數學不及格的有 10 位
- ( ) 4. 甲乙丙丁戊己庚 7 人排成一列，則下列哪些正確？  
 (1) 甲乙丙三人相連坐在一起的排法有 120 種  
 (2) 甲乙丙三人完全分開（任兩人不相鄰）的排法有 10 種  
 (3) 甲在最中間的排法有 120 種  
 (4) 甲要排乙丙丁三人前面（乙丙丁的順序不要求，且所謂排在前面並不一定要緊鄰或不鄰）的排法有 1260 種  
 (5) 甲、乙不相鄰，丙、丁相鄰有 960 種

三、填充題（每格 6 分，共 48 分）

1. 已知實數等比數列  $\langle a_n \rangle$  中  $a_2 = 54$ ， $a_5 = 16$ ，求此數列的公比為 \_\_\_\_\_。

2. 求等差級數  $9 + 5 + 1 + \dots + (\text{第 } 10 \text{ 項})$  的和為 \_\_\_\_\_。

3. 取一個黑色的正三角形，將其等分成四個相同的小正三角形，然後將中間的三角形塗成白色；接著再將剩下的 3 個黑色小正三角形，分別等分成 4 個相同的更小正三角形，並將中間更小的正三角形塗成白色。重複這樣的步驟，如下圖所示。依此規律可畫第 5 圖、第 6 圖，並設  $a_n$  為第  $n$  個圖中黑色三角形的總數，求  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_7 =$  \_\_\_\_\_。



4. 設  $\langle a_n \rangle$  為等差數列，且  $a_8 = 65$ ， $a_{20} = -31$ ，令  $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ ，當  $S_n$  有最大值時，則  $n =$  \_\_\_\_\_。

5. 丟一硬幣不超過 4 次，且丟出連續 2 個正面或連續 2 個反面就提前結束，球丟出硬幣的過程共有 \_\_\_\_\_ 種可能情況。

6. 瀛海中學樂樂欲試表演活動需佈置會場，小亨想用紅、黃、綠 3 種顏色塗 5 個大小不同的木板，每一個木板只塗一色，且三色都要使用，有種 \_\_\_\_\_ 塗法。
7. 運動會即將到來，有 8 人組成一隊，參加 400 公尺大隊接力，每個人跑步速度皆不相同，賽前先決定 1 至 8 棒的順序，跑步最快的人排在最後一棒且偶數棒次的人速度比前一棒的速度快，有 \_\_\_\_\_ 種安排棒次的方式。
8. 由於國際間新型冠狀病毒肺炎疫情已舒緩，各公司開始派人到國外考察，今有耘耘、慈慈等共 6 人，欲從其中選出 4 人分別到韓國、日本、泰國、新加坡四個國家考察，要求每個國家只能有 1 人考察，且每人只能考察一個國家，試問此 6 人中的耘耘、慈慈兩人不去泰國考察方式有 \_\_\_\_\_ 種。

四、計算題（共 13 分）

1. 數列  $\{a_n\}$  滿足  $\begin{cases} a_1 = \frac{1}{3} \\ a_{n+1} = \frac{1}{2-a_n} \end{cases}$  其中  $n$  是自然數，試求下列各小題：
- (1) 由  $a_2$ 、 $a_3$ 、 $a_4$  請推測  $a_n =$  \_\_\_\_\_。(2 分)
- (2) 使用數學歸納法證明你的推測是對的。(7 分)
- (3) 若  $|a_n - 1| < \frac{1}{200}$ ，則正整數  $n$  之最小值為？(4 分)

瀛海高中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高一數學科

一、單選題

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| 1.  | 2.  | 3.  |
| (4) | (1) | (4) |

二、多選題

|        |           |        |        |
|--------|-----------|--------|--------|
| 1.     | 2.        | 3.     | 4.     |
| (2)(4) | (1)(3)(5) | (1)(3) | (4)(5) |

三、填充題

|               |     |      |    |    |
|---------------|-----|------|----|----|
| 1.            | 2.  | 3.   | 4. | 5. |
| $\frac{2}{3}$ | -90 | 1093 | 16 | 8  |
| 6.            | 7.  | 8.   |    |    |
| 150           | 630 | 240  |    |    |

四、計算題

|                           |       |       |
|---------------------------|-------|-------|
| 1.(1)                     | 1.(2) | 1.(3) |
| $a_n = \frac{2n-1}{2n+1}$ | 略     | 200   |