高雄女中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高一數學科

一、是非題（每題 2 分，共 16 分）

(　　) 1. 若集合 $A=\{x\,|\,1\le x\le 5，x$ 為實數$\}$，則 A 有 32 個子集合。

(　　) 2. 已知 $n!=n\times(n-1)\times(n-2)\times\ldots\times 2\times 1$。若 $a=\frac{50!}{25!}$，$b=5^{50}$，則 $b>a$。

(　　) 3. 有兩集合 A、B 滿足 $A-B=\{1,2\}$，$B-A=\{3,4\}$，則 $n(A\cup B)\ge 4$。

(　　) 4. 將 4 封不同廣告單任意投入 3 個不同信箱，則有 64 種投法。

(　　) 5. 「$1\le x\le 3$」的否定命題為「$x>3$ 且 $x<1$」。

(　　) 6. 一等比數列 $\langle b_n\rangle$，已知 $b_3<b_4$ 且 $b_4>b_5$，則 $b_{20}>0$。

(　　) 7. 一等差數列 $\langle a_n\rangle$ 的前 n 項和為 S_n，則 $a_{50}=0$ 是 $S_{60}=S_{39}$ 的充要條件。

(　　) 8. 對於所有正整數 n，$n\times(n+1)\times(2n+1)$ 之值必為 6 的倍數。

二、多選題（每題 6 分，共 12 分，6−4−2−0）

(　　) 1. 某校百年校慶出售 8 種不同款式的紀念徽章，今甲、乙、丙三人都各自搜集紀念輝爭，試選出正確的選項。

(1) 若甲、乙兩人各自搜集 6 種徽章，則他們兩人合起來一定會搜集到這 8 種不同的徽章

(2) 若甲、乙兩格各自搜集 5 種徽章，則至少有 2 種徽章是兩人都擁有

(3) 若甲、乙、丙三人各自搜集 5 種徽章，則至少有 2 種徽章是三人都擁有

(4) 若甲、乙、丙三人各自搜集 6 種徽章，則至少有 2 種徽章是三人都擁有

(5) 若甲、乙、丙三人各自搜集 6 種徽章，則最多有 4 種徽章是三人都擁有。

(　　) 2. 已知數列 $\langle a_n\rangle$ 前 n 項和為 $S_n=3^n-2$，n 為正整數。試選出正確的選項。

(1) $a_1=1$　　(2) $a_4=54$　　(3) $a_n=2\times 3^{n-1}$

(4) $\langle a_n\rangle$ 為等比級數　　(5) $a_4+a_7+a_{10}+a_{13}+a_{16}=9(a_2+a_5+a_8+a_{11}+a_{14})$

三、填充題（共 62 分）

1. 已知 k 為正實數，且滿足連續 15 個正偶數之立方和 $2^3+4^3+6^3+\cdots+28^3+30^3=8\times k^2$，則 k 之值為 ________。

2. 一數列 $\langle a_n\rangle$ 的第 n 項 $a_n=60-5n$，則此數列前 23 項之和為 ________。

3. 將數字 0，1，2，3，4，5，6 等 7 個數字排成一個數字不重複的七位數，使前 4 位從左到右越來越大，且後 4 位從左到右越來越小。則滿足此條件最大的七位數為 ________。

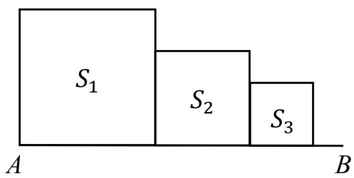
4. 若三集合 A，B，C 滿足 $A-B=A$，$A-C=\emptyset$，$n(A)=30$，$n(B)=25$，$n(C)=40$，$n(B\cap C)=10$，求 $n(A\cup B\cup C)=$ ________ 。

5. 已知等比數列 $\langle a_n \rangle$ 的首項為 3，末項為 -1536，和為 -1023，則第 3 項之值為 ________ 。

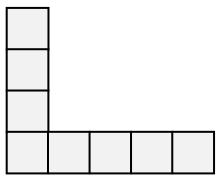
6. A、B 兩班比班際球賽，比賽採 7 戰 4 勝制且每場比賽一定會分出勝負，若兩班實力相當，比到第 7 戰才由其中一班勝出，則這 7 場比賽每場的勝負狀況共可搭配出 ________ 種不同結果。

7. 甲、乙、丙、丁、戊、己、庚七人排成一列，若甲、乙兩人不相鄰且丙、丁兩人也不相鄰，則此七人共有 ________ 種排法。

8. 已知 $\overline{AB}=9$，今 $\overline{AB}$ 長度的 $\frac{1}{3}$ 為邊長，作一正方形 S_1，再以剩下線段長度的 $\frac{1}{3}$ 為邊長作為一正方形 S_2，如此繼續下去，得到一序列的正方形 S_1，S_2，S_3，⋯，如下圖所示。設 a_n 是正方形 S_n 的周長。則 $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=$ ________ 。



9. 使用 1×1 □ 與 1×2 ▭ 兩種磁磚，鋪滿由 8 個 1×1 正方形連接而成的 L 型區域，如圖所示，共有 ________ 種方法。（可以只使用一種磁磚）



10. 小明想利用連續 5 天晚上各 1 個小時執行運動計畫，每天只能從羽球、桌球、撞球 3 種球類運動中選一種做運動，若 5 天中 3 種運動都要做過，則小明可設計出 ________________ 種不同的運動計畫。

11. 有 3 個男生和 3 個女生共 6 個同學週末相約至棒球場看棒球經典賽。比賽結束後他們邀請一位職棒明星共 7 人站一橫排拍照留念，已知此 6 個同學中有 1 男 1 女為情侶，拍照時必須相鄰，而職棒明星站在正中間且與他相鄰的 2 人中至少有一個女生，則可能的排列方式有 ________________ 種。

12. 已知數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_n - 2a_{n-1} = 0，n \geq 2 \end{cases}$，數列 $\langle b_n \rangle$ 滿足 $\begin{cases} b_1 = 1 \\ b_n - b_{n-1} - 1 = 0，n \geq 2 \end{cases}$ 若有一數列 $\langle c_n \rangle$ 滿足 $c_n = \dfrac{b_n}{a_n}$，則 $\langle c_n \rangle$ 的前 10 項和 $c_1 + c_2 + c_3 + \cdots + c_{10} =$ ________________ 。

四、混合題（共 10 分）

數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足，$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_n = \dfrac{a_{n-1}}{1 + 2a_{n-1}}，n \geq 2 \end{cases}$

1. 求 $a_2 + a_3$ 之值（2 分）
2. 猜測一般項 a_n（2 分）
3. 利用數學歸納法驗證猜測（6 分）

高雄女中 111 學年度 第二學期 第一次段考 高一數學科

一、單選題

1.	2.	3.	4.	5.
×	×	○	×	×
6.	7.	8.		
○	○	○		

二、多選題

1.	2.
(2)(4)	(1)(2)(5)

三、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
120	0	3456210	55	12
6.	7.	8.	9.	10.
40	2640	$\frac{844}{27}$	34	150
11.	12.			
152	$\frac{509}{256}$			

四、計算題

1.	2.	3.
$\frac{8}{15}$	$a_n=\frac{1}{2n-1}$	略